

A Newton-féle lehűlési törvény szerint egy kezdetben T_0 hőmérsékletű test hőmérséklete t idő múlva

$$(1) \quad T = T_k + (T_0 - T_k)e^{-kt},$$

ahol T_k a környezet hőmérséklete, k egy (a lehűlő test anyagától, tömegétől és a felületének nagyságától függő) állandó. A feladatban szereplő összes esetben k ugyanakkora. A lehűlési törvénybe a hőmérsékleteknek akár a Kelvin skála, akár a Celsius skála szerinti számértékeit írhatjuk be. Az (1) összefüggésből az időt kifejezve:

$$(2) \quad t = \frac{\ln\left(\frac{T_0 - T_k}{T - T_k}\right)}{k}.$$

Tudjuk még, hogy ha egy liter T_1 és egy liter T_2 hőmérsékletű vizet összekeverünk, akkor a közös hőmérséklet $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ lesz.

(i) Az első esetben $T_0 = 80^\circ\text{C}$, $T_k = 30^\circ\text{C}$ és $T = 40^\circ\text{C}$, azaz (2) szerint

$$t_0 = \frac{\ln\left(\frac{80-30}{40-30}\right)}{k} = \frac{\ln(5)}{k}.$$

(ii) A víz t_1 idő alatt hűl le 50°C -ra, majd a keverés után rögtön beáll a kívánt 40°C . Fennáll tehát, hogy

$$t_1 = \frac{\ln\left(\frac{80-30}{50-30}\right)}{k} = \frac{\ln(2,5)}{k}.$$

(iii) A 80°C -os és a 30°C -os víz elkeveredése után a hőmérséklet 55°C lesz, tehát a hűlés ideje most

$$t_2 = \frac{\ln\left(\frac{55-30}{40-30}\right)}{k} = \frac{\ln(2,5)}{k}.$$

(iv) Az első lehűlési szakasz végén a hőmérséklet 60°C , ez a szakasz tehát

$$t_{3a} = \frac{\ln\left(\frac{80-30}{60-30}\right)}{k} = \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{k}$$

ideig tart. A második lehűlés elején a keverék 45°C hőmérsékletű, a hűlés ideje

$$t_{3b} = \frac{\ln\left(\frac{45-30}{40-30}\right)}{k} = \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{k}.$$

A teljes hűlési folyamat ideje most

$$t_3 = t_{3a} + t_{3b} = \frac{\ln\left(\frac{5}{3}\right)}{k} + \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{k} = \frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{k}.$$

Látható, hogy az első hűtési módszer a leglassabb, a másik három viszont ugyanolyan gyors. Az előzőek alapján

$$t_3 = t_2 = t_1 = \frac{\ln\left(\frac{5}{2}\right)}{\ln(5)} t_0 = 0,57 t_0.$$

Tiefenbeck Flórián (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján