

a) A kocsí – a kis test mozgása miatt fellépő súrlódási erő miatt – gyorsulni fog, a hozzá rögzített vonatkoztatási rendszer tehát *nem* inerciarendszer. Célszerű a mozgást a talaj vonatkoztatási rendszerében leírni. Itt (mivel vízszintes irányú külső erők nem hatnak) alkalmazható a lendületmegmaradás törvénye. Ha a kis test már nem mozog a kocsihoz képest, akkor a közös v_1 sebességükre fennáll:

$$mv_0 = (M + m)v_1, \quad \text{vagyis} \quad v_1 = v_0 \frac{m}{M + m} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) A munkatétel is alkalmazható:

$$W = \frac{1}{2}(m + M)v_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2,$$

ahol W (a súrlódási erő munkája) az $F = \mu mg$ súrlódási erőből és a kis testnek a *kiskocsin megtett s útjából* számolható:

$$W = -Fs = -\mu mgs.$$

Ezek szerint

$$s = \frac{\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m + M)v_1^2}{\mu mg} = 0,41 \text{ m}.$$

Mivel $L < s < 2L$, a kis test *egyszer* ütközik a kiskocsi jobb oldali falával, így a kocsí bal oldali falától $x = 2L - s = 0,19 \text{ m}$ távolságra lesz akkor, amikor már nem mozog a kiskocsihoz képest.

c) Az első ütközés után legyen a kis test sebessége v_m , a kiskocsi sebessége pedig v_M . (A sebességeket jobb felé, v_0 -lal megegyező irányban tekintjük pozitívnak. Nyilván teljesülnie kell a $v_M > v_m$ feltételnek, hiszen a kis test ekkor *távolodik* a kocsí jobb oldali falától.) A lendületmegmaradás törvénye szerint

$$mv_0 = mv_m + Mv_M, \quad \text{tehát} \quad v_m = v_0 - \frac{M}{m}v_M.$$

Mivel a kis test egyszer csúszik végig a kocsí platóján, vagyis a relatív elmozdulás éppen L , a munkatétel most így alkalmazható:

$$\frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu gL,$$

vagyis

$$mv_0^2 - 2\mu mgL = mv_m^2 + Mv_M^2.$$

Felhasználva v_m fentebb megadott kifejezését:

$$mv_0^2 - 2\mu mgL = m \left(\frac{mv_0 - Mv_M}{m} \right)^2 + Mv_M^2,$$

vagyis átrendezés után a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$0 = v_M^2(M^2 + Mm) - v_M \cdot 2Mmv_0 + 2\mu m^2gL = 0.$$

Ennek megoldása:

$$v_M = \frac{mv_0}{M + m} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2\mu gL(M + m)}{Mv_0^2}} \right) \approx 0,2 \cdot (1 \pm 0,5) \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

A két gyök közül az egyik az ütközés előtti, a másik pedig az ütközés utáni állapotnak felel meg, hiszen mindkét esetben érvényes mind a lendületmegmaradás törvénye, mind pedig a munkatétel fentebb felírt alakja. Az ütközés után a kiskocsi sebessége nagyobb lesz, mint amekkora az ütközés előtt volt, tehát nekünk a másodfokú egyenlet *nagyobb* gyökét kell választanunk.

$$v_M = \frac{mv_0}{M + m} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{2\mu gL(M + m)}{Mv_0^2}} \right) \approx 0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

a kis méretű test sebessége pedig

$$v_m = v_0 - \frac{M}{m}v_M \approx -0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$