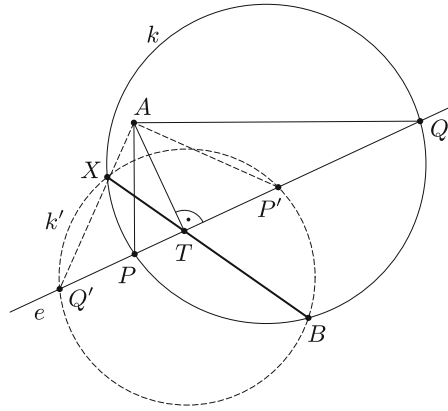
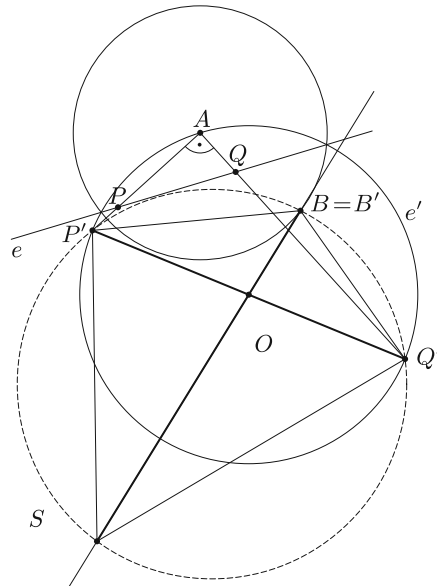


I. megoldás. Legyen az A pont merőleges vetülete az e egyenesre T . Mivel PAQ egy derékszögű háromszög, a PAT és AQT háromszögek hasonlóak, tehát $\frac{PT}{TA} = \frac{AT}{TQ}$, amiből $PT \cdot TQ = AT^2$ (1. ábra).

Mivel a T pont helyzete változatlan, így AT^2 állandó P és Q bármely választása esetén, ezért a T pont BPQ körökre vonatkozó hatványa is állandó. Vegyünk két tetszőleges BPQ és $BP'Q'$, a feltételeknek megfelelő kört és legyen ezek B -től különböző metszéspontja X . Az XB egyenes átmegy a T ponton, mert az XB egyenes a két kör hatványvonala, és T hatványa a két körre megegyezik. Tegyük fel, hogy van olyan, a feltételeknek megfelelő BP^*Q^* kör, amely a BPQ kört egy X -től különböző X' pontban metszi. Ennek az új körnek és a BPQ körnek a hatványvonala az $X'B$ egyenes.



1. ábra



2. ábra

Azonban ez ellentmondás, mert X és X' a BPQ kör különböző pontjai, így $T \notin X'B$, és ezzel T hatványa a két körre nem lehetne egyenlő, pedig egyenlő kell, hogy legyen. Így X' egybeesik az X ponttal. Tehát mindegyik kör átmegy az X ponton.

Márton Dénes (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján.

II. megoldás. Invertáljuk az e egyenest és a B pontot az A középpontú, AB sugarú körre. Ekkor B képe önmaga, e képe pedig egy, az A ponton átmenő kör lesz (2. ábra).

Legyen ennek a körnek a középpontja O . Az inverzió szögtartó tulajdonsága miatt és $PAQ \angle = 90^\circ$ következtében $P'AQ' \angle = 90^\circ$, így a Thalész-tétel megfordítását felhasználva tudjuk, hogy P' és Q' az e' kör egy átmérőjének két végpontja.

A B' , P' , Q' pontokra illeszkedő kör messe az $B'O$ egyenest S -ben. Ebben a körben a szelőtétel miatt $OP' \cdot OQ' = OB' \cdot OS$, ebből

$$OS = \frac{OP' \cdot OQ'}{OB'}.$$

Mivel az e' körben P' és Q' egy átmérő két végpontja, ezért OP' és OQ' független a P és Q pontok választásától, továbbá OB' is független a P és Q pontok választásától, azaz OS is független a P és Q pontok választásától.

Ezzel beláttuk, hogy a B' , P' és Q' pontokra illeszkedő kör a P és Q pontok választásától függetlenül áthalad S -en, továbbá még egyszer invertálva: a B , P és Q pontokra illeszkedő kör a P és Q pontok választásától függetlenül áthalad S inverz képén.

Csertán András (Nagykanizsa, Batthyány Lajos Gimn., 12. évf.)
dolgozata alapján