

Legyen v a mozgó gyurmagolyók sebessége közvetlenül az ütközések előtt, v_n az n -edik golyó sebessége, amikor elindul, m a golyók tömege, a pedig a golyók gyorsulása. Az ütközések tökéletesen rugalmatlanok, így

$$v_n = \frac{(n-1)mv + 0}{nm} = \frac{n-1}{n}v.$$

Az első golyó gyakorlatilag nulla sebességről gyorsul v sebességre t_1 idő alatt, így a megtett útja

$$L_1 = \frac{0+v}{2}t_1 = \frac{v}{2} \cdot \frac{v-0}{a} = \frac{v^2}{2a}.$$

(Kihasználtuk, hogy az egyenletesen változó mozgásnál az átlagsebesség a kezdeti és a végsebesség számtani közepe, és a gyorsulást a végsebesség és a kezdősebesség különbsége határozza meg.)

Az n -edik golyó v_n sebességről gyorsul v sebességre

$$t_n = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v-v_n}{a} = \frac{v}{na}$$

idő alatt. Ebből

$$L_n = \frac{v_n+v}{2}t_n = \frac{\frac{n-1}{n}v+v}{2} \cdot \frac{v}{na} = \frac{(2n-1)}{n^2} \frac{v^2}{2a} = \frac{2n-1}{n^2}L_1.$$

Jánosik Máté (Győr, Révai Miklós Gimn., 9. évf.)

Megjegyzések. 1. Érdekes, hogy az eredmény nem függ a lejtő hajlásszögétől, a gyurmagolyók tömegétől, de még a súrlódási együtthatótól sem.

2. A gyurmagolyók az ütközések előtt nyugalomban vannak, ami akkor teljesül, ha $\mu_{\text{tapadási}} > \operatorname{tg} \alpha$ (α a lejtő hajlásszöge). Másrészt a meglökött gyurmagolyók $a > 0$ gyorsulással mozognak a lejtőn, hiszen a sebességük növekszik. Ez akkor teljesül, ha $\mu_{\text{csúszási}} < \operatorname{tg} \alpha$. Mindkét feltétel teljesülhet, hiszen általában fennáll, hogy $\mu_{\text{csúszási}} < \mu_{\text{tapadási}}$.