

I. megoldás. a) A labda legjobban benyomódott állapotában

$$A = (5 \text{ cm})^2 \pi = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

területű körlap mentén érintkezik a talajjal. Legyen a labda teljes tömege m , a talajjal érintkező részének tömege m^* . A külső légnyomást jelöljük p_0 -lal, a labdában lévő levegő legnagyobb nyomását pedig p_1 -gyel (1. ábra).

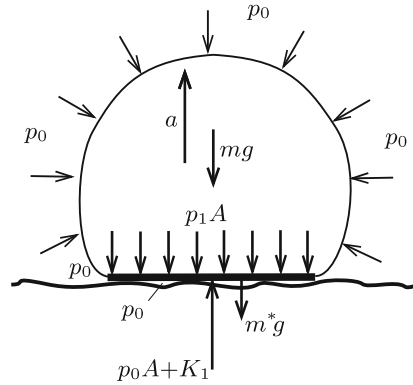
a) A labda benyomódott részére felülről $p_1 A$ erő hat, alulról pedig (amennyiben a labda alatt levegő marad) $p_0 A + K_1$ erő nyomja felfelé. K_1 a göröngyös talaj által kifejtett kényszererőt jelöli. A labda többi része „simán”, vízszintesen csatlakozik a körlap alakú részhez, így nem fejthet ki arra eredő függőleges erőt.

A körlap az ütközés ideje alatt nem gyorsul, hiszen az bizonyos ideig folyamatosan a talajjal érintkezik, így a mozgásegyenlete:

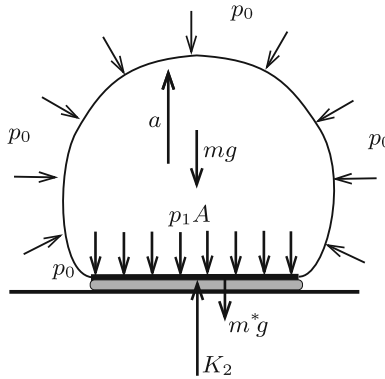
$$m^* g + p_1 A = p_0 A + K_1, \quad \text{vagyis} \quad K_1 = (p_1 - p_0) A + m^* g.$$

Megjegyzés: Mivel a nyomáskülönbségből származó első tag kb. 78 N, a körlapra ható nehézségi erő pedig biztosan kisebb, mint $m g = 2 \text{ N}$, jó közelítéssel igaz, hogy

$$K_1 \approx (p_1 - p_0) A.$$



1. ábra



2. ábra

Vizsgáljuk most meg a labda többi részére ható *külső* erőket! A légnyomás által kifejtett erő $p_0 A$ nagyságú, és függőlegesen lefelé mutat, hiszen a légnyomásból származó erők eredője a teljes labdára nulla, és a talajjal érintkező körlapra a külső levegő $p_0 A$ nagyságú, függőlegesen felfelé mutató erőt fejt ki. A labda egészére felírható mozgásegyenlet (a függőlegesen felfelé mutató irányt tekintve pozitívnak):

$$K_1 + p_0 A - m g - p_0 A = m a,$$

ahonnan K_1 korábban kiszámított értékének behelyettesítése után a tömegközéppont gyorsulása:

$$a = \frac{(p_1 - p_0) A}{m} - \frac{m - m^*}{m} g \approx \frac{(p_1 - p_0) A}{m} - g \approx 380 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Ha a talaj felülete sima és nedves, akkor a labda alatt nem marad levegő, tehát a légnyomásból származó $p_0 A$ erő most nem lép fel. Helyette viszont a víréteg és a talaj fejt ki a labda aljára valamekkora erőt. (A talajon lévő víz a labdán kívül is jelen van, és ott érintkezik a külső levegővel, így a nyomása gyakorlatilag p_0 . Ha viszont a labda ténylegesen lezárja az alája szorult vizet, akkor a víz nyomása akár p_1 is lehet.)

A talajjal érintkező labdadarab nem gyorsul, így a mozgásegyenlete:

$$m^*g + p_1A = K_2,$$

ahol K_2 a talaj és a vízhártya által kifejtett eredő erő (2. ábra). Az ábrán – az egyszerűség kedvéért – nem jelöltük, hogy a labda alja milyen mértékben érintkezik közvetlenül a talajjal, illetve a vízzel. A labda egészének mozgásegyenlete:

$$K_2 - mg - p_0A = ma,$$

vagyis a tömegközéppont gyorsulása:

$$a = \frac{(p_1 - p_0)A}{m} - \frac{m - m^*}{m}g \approx 380 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Ez az érték ugyanakkora, mint az a) esetben volt a tömegközéppont gyorsulása.

II. megoldás. Használjuk az I. megoldás jelöléseit! A labda lendülete a legjobban benyomódott állapotban és az azt megelőző, illetve követő pillanatokban így írható fel:

$$I^{\text{teljes}}(t) = I^{\text{felső}}(t) + I^{\text{alsó}}(t) \equiv I^{\text{felső}}(t),$$

hiszen az alsó rész az ütközés alatt folyamatosan nyugalomban van, tehát ezalatt a lendülete nulla. (Az „alsó” kifejezés a labdának a talajjal érintkező részére, a „felső” pedig a többi részre utal.)

Newton II. törvényét ilyen alakban is felírhatjuk:

$$ma = \frac{\Delta I^{\text{teljes}}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta I^{\text{felső}}(t)}{\Delta t} = F^{\text{felső}},$$

ahol

$$F^{\text{felső}} = p_1A - p_0A - (m - m^*)g$$

a *felső* részre ható erők (a külső és a belső légnyomásból származó erők és a nehézségi erő) eredője. Az eredő erő képletében szereplő első két tag nagyságát onnan kaphatjuk meg, hogy tudjuk: egy teljes, zárt felületre ható, a légnyomásból származó erők eredője *nulla*. A fenti összefüggés felírásánál kihasználtuk, hogy a hajlékony anyagú labda alsó része nem fejthet ki függőleges irányú erőt a felső részre, mert a két rész vízszintes érintősíkkal, „törésmentesen” csatlakozik egymáshoz.

A fenti egyenletekből a tömegközéppont gyorsulására

$$a = \frac{(p_1 - p_0)A}{m} - \frac{m - m^*}{m}g \approx 380 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

adódik. Ez az eredmény független attól, hogy a labda alsó része és a talaj között milyen a kapcsolat, vagyis hogy a talaj száraz-e vagy nedves, sima-e vagy pedig göröngyös.

(G. P.)