a) A héliumgáz anyagmennyisége $n = 1$ mol, és a hélium nemesgáz, ezért $f = 3$.

Legyenek a hélium kezdeti állapotjelzői p_0, V_0 és T_0, a folyamat végén pedig p_1, V_1 és T_1. Tudjuk, hogy a gáz térfogata kétszeresére nőtt, tehát $V_1 = 2V_0$.

A folyamat során végig teljesül, hogy $p = \dfrac{\alpha}{V^2}$, tehát a folyamat kezdetén

$$p_0 = \frac{\alpha}{V_0^2},$$

a folyamat végén pedig

$$p_1 = \frac{\alpha}{V_1^2} = \frac{\alpha}{(2V_0)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\alpha}{V_0^2} = \frac{1}{4} \cdot p_0.$$

A gáztörvény szerint

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1},$$
$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{\frac{1}{4} \cdot p_0 \cdot 2V_0}{T_1} = \frac{p_0 \cdot V_0}{2T_1},$$

vagyis

$$T_1 = \frac{T_0}{2}.$$

A gáz belső energiájának csökkenése:

$$\Delta E = \frac{f}{2} nR\Delta T,$$
$$-2493 \text{ J} = \frac{3}{2} \cdot 1 \text{ mol} \cdot 8{,}31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot (T_1 - T_0),$$
$$T_1 - T_0 = \frac{T_0}{2} - T_0 = -\frac{T_0}{2} = -200 \text{ K}.$$

A hélium kezdeti hőmérséklete tehát 400 K (= 127 °C) volt.

b) Az ideális gáz állapotegyenletét felírva a folyamat valamely állapotára:

$$pV = nRT,$$
$$\frac{\alpha}{V^2} V = nRT,$$

ahonnan

$$\frac{\alpha}{V} = nRT.$$

A gáz munkavégzése a $p(V) = \dfrac{\alpha}{V^2}$ folyamat során integrálszámítással (vagy például a Coulomb-erőtérrel való analógia felismerésével) számítható ki:

$$W_{\text{He}} = \int_{V_0}^{V_1} p(V)\,\mathrm{d}V = \alpha \int_{V_0}^{V_1} \frac{1}{V^2}\,\mathrm{d}V = \frac{\alpha}{V_0} - \frac{\alpha}{V_1}.$$

A térfogatokat a hőmérsékletekkel kifejezve:

$$W_{\text{He}} = nRT_0 - nRT_1 = nR \cdot (T_0 - T_1) = 1 \text{ mol} \cdot 8{,}31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 200 \text{ K} = 1662 \text{ J}.$$

A gáz által leadott hő a hőtan első főtétele alapján számítható:

$$Q = \Delta E - W = \Delta E + W_{\text{He}} = -2493 \text{ J} + 1662 \text{ J} = -831 \text{ J}.$$

Jánosik Áron (Győr, Révai Miklós Gimn., 10. évf.)