

a) Legyen a víz nyomása a felső dugattyúnál p , és tétélezzük fel, hogy a rúd K erővel *húzza lefelé* a felső dugattyút. Írjuk fel az egyensúlyban lévő felső dugattyúra a dinamika alapegyenletét:

$$(1) \quad 0 = pA_1 - p_0A_1 - K = 0.$$

A felső dugattyú K erővel húzza a rudat felfelé, és mivel a rúd gyorsulása is nulla, ugyanekkora K nagyságú erővel kell húzza az alsó dugattyú a rudat *lefelé*. Ezek szerint – Newton III. törvénye alapján – a rúd is K erővel hat az alsó dugattyúra, ekkora erővel húzza azt felfelé.

Az alsó dugattyúra felírható (egyensúlyi) egyenlet:

$$(2) \quad (p + \rho g \ell)A_2 - p_0A_2 - K = 0.$$

(Felhasználtuk, hogy a folyadék nyomása az alján a hidrosztatikai nyomásnak megfelelő $\rho g \ell$ értékkel nagyobb, mint a tetejénél.)

Az (1) egyenletet (2)-ből kivonva kapjuk, hogy:

$$p(A_1 - A_2) + p_0(A_2 - A_1) - \rho g \ell A_2 = 0.$$

Ebből a folyadék nyomása a felső dugattyú közelében:

$$p = \frac{\rho g \ell}{A_1 - A_2} A_2 + p_0,$$

amit a felső dugattyúra felírt (1) egyenletbe behelyettesítve a rudat feszítő húzóerőre

$$K = pA_1 - p_0A_1 = \rho g \ell \frac{A_1 A_2}{A_1 - A_2}$$

adódik. Mivel $K > 0$, a rúdban – a feltételezésünkkel összhangban – valóban *húzóerő* alakul ki. Az is látható, hogy ℓ értékének növelésével a folyadék p nyomása is és a rudat feszítő K erő nagysága is egyre nagyobb lesz.

b) Az előző feladatrészhöz hasonlóan, annak jelöléseivel oldjuk meg ezt az esetet is. Előbb a felső, majd az alsó dugattyúra felírva az egyensúly feltételét:

$$(1) \quad \begin{aligned} 0 &= pA_2 - p_0A_2 - K = 0, \\ (p + \rho g \ell)A_1 - p_0A_1 - K &= 0. \end{aligned}$$

Ebből a folyadék nyomása a felső dugattyúnál:

$$p = p_0 - \frac{\rho g \ell}{A_1 - A_2} A_1,$$

a rudat „feszítő” erő pedig

$$K = pA_2 - p_0A_2 = -\rho g \ell \frac{A_1 A_2}{A_1 - A_2}.$$

Mivel most $K < 0$, a rúdban ténylegesen *nyomóerő* hat, és $p < p_0$.

Érdekes helyzet áll elő, ha ℓ „viszonylag nagy”. Ha

$$\ell > \frac{A_1 - A_2}{A_1} \cdot \frac{p_0}{\rho g},$$

akkor (formálisan) negatív nyomásértéket kapunk, aminek nincs fizikai értelme. Ilyen esetben a folyadék a felső dugattyú közelében már korábban forrni kezd, a tömegközéppontja egyre lejjebb kerül, és a gravitációs helyzeti energiájának csökkenése fedezi a forráshoz szükséges belsőenergia-változást.

Kondákor Márk (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf.)
dolgozata alapján