**I. megoldás.** Az $x$ egy 6-nál nagyobb pozitív egész szám, mert az $x$ alapú számrendszerben felírt szám tartalmaz 6-os számjegyet. Mivel $2016_x = 2x^3 + x + 6$, ezért a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$2x^3 + x + 6 = x^3 + 2x + 342,$$
$$x^3 - x - 336 = 0.$$

Vizsgáljuk az egyenlet megoldásait a természetes számok körében, ezek a konstans tag osztói közül kerülhetnek ki. A $-336$ pozitív osztói sorban: $1, 2, 3, 4, 6, 7, \dots$. Elég 7-től vizsgálni, mert $x > 6$. Az $x = 7$ kielégíti az egyenletet. Tehát $(x - 7)$ kiemelhető az egyenlet bal oldalán álló kifejezésből:

$$x^3 - x - 336 = (x - 7)(x^2 + 7x + 48) = 0.$$

Mivel egy szorzat pontosan akkor 0, ha az egyik tényezője 0, ezért meg kell még vizsgálni, hogy a másodfokú kifejezés értéke mikor 0. De az $x^2 + 7x + 48 = 0$ másodfokú egyenlet diszkriminánsa $D = 7^2 - 4 \cdot 48 < 0$, ezért nincs valós gyöke.

Tehát az egyetlen megoldás $x = 7$.

Rendezzük az $x^3 - x - 336 = 0$ egyenletet:

$$336 = x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x + 1)(x - 1) = (x - 1)x(x + 1).$$

*Csóka Zoárd* (Győri Műszaki Szakképzési Centrum Jedlik Ányos Gépipari és Informatikai Szakgimn., Szki. és Koll., 10. évf.)

Ezt felhasználva más módon is el lehetett jutni a megoldáshoz. Mutatunk néhány lehetséges utat.

**II. megoldás.** Mivel $x \in \mathbb{N}$ (illetve $x \geq 7$ a $2016_x$-ben szereplő 6-os számjegy miatt), ezért lényegében három olyan, egymást követő pozitív egész számot keresünk, melyek szorzata 336. Mivel $\forall x_1 < x_2$ $(x_1, x_2 \in \mathbb{N})$ esetén

$$(x_1 - 1)x_1(x_1 + 1) < (x_2 - 1)x_2(x_2 + 1),$$

azért mert a két szorzatban a második kifejezés tényezői páronként mindig nagyobbak, az egyenletnek csak egy valós gyöke van. A korábban meghatározott legkisebb lehetséges $x = 7$ esetén az egyenlőség valóban fennáll ($6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$), tehát ez az egyetlen megoldás.

*Apagyi Dávid* ( (Kecskeméti Katona J. Gimn., 9. évf.)

**III. megoldás.** Mivel $x$ pozitív egész, ezért $x(x - 1)(x + 1)$ 3 egymást követő pozitív egész szám szorzata.

336 prímtényezős felbontása: $2^4 \cdot 3 \cdot 7$. Ebből ki is jön, hogy $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$, így $x = 7$ és más megoldás nem lehetséges.

*Demeter Gergő* (Szegedi Radnóti M. Kísérleti Gimn., 11. évf.)

**IV. megoldás.** Az utolsó egyenletből azt kapjuk, hogy három szomszédos, pozitív egész szám szorzata lesz 336. Mivel az adott számrendszerben fel lehet írni a 6-os számjegyet, ezért $x \geq 7$.

$$\sqrt[3]{(x - 1)x(x + 1)} = \sqrt[3]{336} \approx 6{,}95.$$

A három szám mértani közepe $6{,}95\dots$, és a mértani közép nem lehet kisebb mindhárom számnál, vagyis a legkisebb szám maximum 6, tehát $x \leq 7$. Vagyis az $x$ csak 7 lehet. Hogy az $x = 7$ jó-e, azt könnyen kiszámolhatjuk: $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$, vagyis ez tényleg jó megoldás.

*Dobák Dániel* (Budapest V. Ker. Eötvös J. Gimn., 10. évf.)