I. megoldás. A feladat nehézsége abban rejlik, hogy a fémgömbök eredetileg fennálló gömbszimmetriáját elrontja a Q ponttöltés jelenléte. Emiatt a gömbökön kialakuló töltéseloszlás erősen inhomogén lesz, és az elektromos mező szerkezete is meglehetősen bonyolult. Szerencsére a töltéseloszlás meghatározása elkerülhető, amint azt az alábbi megoldásban látni fogjuk.

Jelöljük a kis fémgömb pillanatnyi töltését q_1-gyel, a nagyobb gömbét q_2-vel, a ponttöltés pillanatnyi távolságát a gömbök középpontjától pedig r-rel! A kisebb fémgömb potenciálja a földelés miatt nulla, és mivel a fém ekvipotenciális, ugyanez a középpontjára is igaz. A gömbökön elhelyezkedő töltések azonos (R, illetve $3R$) távolságra helyezkednek el a gömbök közös középpontjától, ezért itt a potenciált könnyen felírhatjuk:

$$k\frac{q_1}{R} + k\frac{Q}{r} + k\frac{q_2}{3R} = 0. \tag{1}$$

A nagy gömbön kívül a földelés miatt nincs elektromos tér (a belső töltések terét a nagy gömb teljesen leárnyékolja), így a Gauss-törvény értelmében a rendszer össztöltése nulla:

$$Q + q_1 + q_2 = 0. \tag{2}$$

A fenti két egyenletből a kisebb gömb töltésének abszolút értéke kifejezhető r függvényében:

$$q_1(r) = -\left(\frac{3R}{2r} - \frac{1}{2}\right)Q. \tag{3}$$

Mivel a gömbök össztöltése állandó ($-Q$), így a ponttöltés mozgása közben csak a gömbök közötti vezetékben folyik áram, a földbe jutó vezetékben nem. A kis gömbre vonatkozó kontinuitási egyenletből a gömbök között folyó áram deriválással (vagy a kis megváltozásokra érvényes formulák segítségével) meghatározható:

$$I = \frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}r} = v\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}r} = \frac{3}{2}\frac{QvR}{r^2},$$

az áram iránya pedig a kis gömb felé mutat. Tehát az áramerősség értéke, amikor a ponttöltés éppen $r = 2R$ távolságra van a gömbök középpontjától:

$$I = \frac{3}{8}\frac{Qv}{R}.$$

II. megoldás. Az első megoldás kulcsa az volt, hogy észrevettük: a potenciál értéke könnyen kiszámítható a gömbök közös középpontjában. Az (1) és (2) egyenletekhez más módon, a szuperpozíciós elv segítségével is eljuthatunk.

Képzeljük el, hogy a gömbök középpontjától r távolságra elhelyezkedő Q ponttöltést gondolatban N-edrészére csökkentjük. Ekkor a gömbök q_1 és q_2 töltése is N-edrészére csökken. Forgassuk el ezt az elrendezést a gömbök középpontja körül egy kicsit, és szuperponáljuk rá az eredeti elrendezésre! Így már két Q/N ponttöltés helyezkedik el a középponttól r távolságra, a gömbök töltése pedig rendre $2q_1/N$ és $2q_2/N$. Ismételjük meg ezt az eljárást még $(N-2)$-ször úgy, hogy végül összesen Q töltés legyen az r sugarú gömbfelületen, a lehető legegyenletesebb elrendeződésben. Az $N \to \infty$ határesetben a ponttöltést ilyen módon végül „szétkenhetjük” egy r sugarú, egyenletes felületi töltéssűrűségű, Q össztöltésű gömbhéjjá, miközben a fémgömbök q_1 és q_2 töltése változatlan marad. Ennek az az előnye, hogy az eredeti feladatot visszavezettük egy könnyebb, gömbszimmetrikus problémára.

Ismert, hogy egy egyenletesen töltött gömbhéj potenciálja kívül úgy számítható, mintha a gömb töltése a középpontjában összpontosulna, belül pedig ugyanakkora, mint a gömb felületén. A legkülső, földelt gömb felületén tehát a potenciált a három (q_1, Q és q_2 töltésű) gömbhéj potenciáljának összegeként kaphatjuk meg:

$$k\frac{q_1}{3R} + k\frac{Q}{3R} + k\frac{q_2}{3R} = 0,$$

ami ekvivalens a (2) egyenlettel. A kis gömb felületén a (szintén nulla) potenciált teljesen hasonlóan, három tag összegeként írhatjuk fel: a legkülső gömb járuléka $kq_2/(3R)$, a „szétkent” ponttöltésé kQ/r, míg a legbelső gömbé kq_1/R. Ez végül az (1) egyenletre vezet. Az (1) és (2) egyenletek birtokában a végeredményhez az I. megoldással azonos módon juthatunk el.

Megjegyzés. Az egyik második díjat nyert versenyző, *Marozsák Tóbiás* egy harmadik úton oldotta meg a feladatot. Ismert, hogy ha egy földelt, vezető gömbhéj közelébe egy ponttöltést helyezünk, akkor a gömbön megosztott töltések helyettesíthetők egy, a gömbfelület ponttöltéssel átellenes oldalán elhelyezett tükörtöltéssel. Ennek a tükörtöltésnek a nagysága és helyzete kiszámolható abból a feltételből, hogy a gömb teljes felülete nulla potenciálú. A feladatban szereplő két, koncentrikus gömbhéj esetén a Q töltést először „tükröznünk” kell mindkét gömbre, majd az így kapott tükörtöltésekkel is folytatni kell az eljárást. Végül váltakozó előjelű tükörtöltések végtelen sorát kapjuk a kis gömbön belül és a nagy gömbön kívül. A kis gömbön belüli tükörtöltések össztöltése (azaz q_1) egy geometriai sor felösszegzésével kiszámítható, és így közvetlenül a (3) egyenlethez jutunk. Bár ez a módszer matematikailag sokkal nehezebb, mint a fenti két, részletesen ismertetett megoldás, elvben lehetőséget ad a gömbök között kialakuló elektromos tér (legalább numerikus) meghatározására is.