

A pénzérmére három erő hat: a két zsinórszárral ható erő, valamint a pénzérme és az asztal között fellépő csúszási súrlódási erő. A pénzérmét lassan mozgatjuk, a gyorsulások elhanyagolhatók, így a három erő eredője jó közelítéssel nulla. A zsinór nem súrlódik a pénzérmén, így benne mindenhol azonos nagyságú erő hat. Ebből következően a pénzérme mindig a zsinórszárak pillanatnyi szögfelezőjének irányába fog mozogni (hiszen a csúszási súrlódási erő mindig a sebességgel ellentétes irányú). Ennek a sebességvektornak mindkét zsinórszárra ugyanakkora a vetülete, így a két zsinórszár mindig azonos mértékben rövidül – tehát a hosszai különbsége a mozgás során nem fog változni.

a) Ennek alapján:

$$\sqrt{2}d - d = x_2 - x_1 \quad \text{és} \quad x_1 + x_2 = d,$$

ahol x_1 és x_2 a két zsinórdarab hossza, amikor a pénzérme eléri az asztal szélét.

Az egyenletrendszert megoldva megkapjuk, hogy a pénzérme az asztal B sarkától

$$x_1 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)d \approx 0,293 \text{ m}$$

távolságra esik le az asztalról.

b) A munkavégzés megegyezik a súrlódási munka abszolút értékével. Mivel a súrlódási erő állandó, így a munka a súrlódási erő és a pénzérme által befutott s út szorzata:

$$W = \mu mg \cdot s.$$

A két zsinórszár hosszának különbsége állandó, tehát a pénzérme egy hiperbolaíven fog mozogni. (A hiperbola fókuszai az asztal B és C sarkai.) A hiperbolaív hosszát elemi úton nem tudjuk meghatározni – ezért is kért a feladat *becslést* –, de alsó és felső közelítést adhatunk rá.

Alsó becslés az asztal A sarkát és a leesés L pontját összekötő egyenes szakasz hossza (2. ábra):

$$s_{\min} = \sqrt{d^2 + x_1^2} \approx 1,042 \text{ m},$$

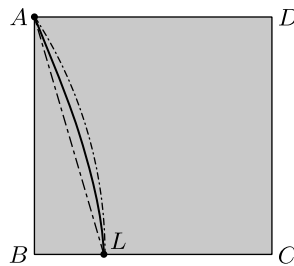
felső becslés pedig az A és L pontokon átmenő és a BC szakaszt merőlegesen metsző körvonal hossza. A kör sugara egyszerű geometriai megfontolások alapján:

$$R = \frac{d^2 + x_1^2}{2x_1} \approx 1,854 \text{ m},$$

amiből a keresett ívhossz:

$$s_{\max} = R \arcsin \frac{d}{R} \approx 1,056 \text{ m}.$$

Láthatjuk, hogy a két érték elég közel van egymáshoz. (A hiperbolaív hosszát számítógéppel numerikusan is kiszámolhatjuk, akkor $s \approx 1,048$ m-t kapunk.)



2. ábra

Ezek alapján, valamint a megadott adatokkal és $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ -tel a keresett munkavégzés:

$$0,0236 \text{ J} < W < 0,0239 \text{ J}.$$