

Jelölje  $\langle XYZ \rangle$  az  $X$ ,  $Y$  és  $Z$  pontok által feszített síkot.

Először is belátjuk, hogy  $P$  középpontosan szimmetrikus  $O$ -ra. Legyen  $X$  tetszőleges pont  $P$ -ben, és tekintsünk egy  $OX$ -re illeszkedő  $S$  síkot. A  $P \cap S$  síkmetszet a feltétel szerint  $O$  középpontú paralelogramma, így tartalmazza  $X$ -nek  $O$ -ra vonatkozó  $X'$  tükörképét. Ebből  $X' \in P$  is következik, ami igazolja a középpontos szimmetriát.

Legyen  $P$  egy lapjának három egymást követő csúcsa (ilyen sorrendben)  $A$ ,  $B$  és  $C$ , az  $AB$  és  $BC$  élek felezőpontjai  $X$  és  $Y$ . A pontok  $O$ -ra vonatkozó tükörképei értelemszerűen  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $X'$  és  $Y'$ .

Az  $XY$  egyenes  $P$  határát pontosan az  $XY$  szakaszban metszi, ezért  $\langle OXY \rangle \cap P$  éppen az  $XYX'Y'$  paralelogramma, vagyis az  $XY'$  szakasz  $P$  határára illeszkedik.

Másrésről az  $A$ ,  $B$ ,  $B'$  és  $C'$  pontok nem egy síkba esnek. Valóban, ha  $C'$  illeszkedik az  $\langle ABB' \rangle$ -ra, akkor  $C' \in \langle ABB' \rangle \cap \langle A'B'C' \rangle = A'B'$ , ami nem lehet. Így viszont az  $XY'$  szakasz az  $ABB'C'$  tetraéder két kitérő élének felezőpontját összekötő szakasz, amely a tetraéder, és így egyúttal  $P$  belsejében halad. Ezzel ellentmondásra jutottunk, így nem létezik ilyen  $P$  poliéder.

*Imolay András* (Bp., Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf. )  
dolgozata alapján