

Amikor a kocsi nekiütközik a falnak, a tartályban lévő dugattyú v kezdősebességgel (az ütközés előtti sebességével) mozog tovább. A bal és a jobb oldali térfélben található levegőrészek – a jó hőszigetelés miatt – adiabatikusan tágulnak, illetve nyomódnak össze. A fal felőli rekeszben lévő gáz akkor éri el a legmagasabb hőmérsékletét, amikor a térfogata a legkisebb lesz, vagyis amikor a dugattyú éppen megáll.

Jelöljük a levegőrészek térfogatát ebben az állapotban

$$V_1 = V_0 + \Delta V \quad \text{és} \quad V_2 = V_0 - \Delta V$$

módon, a nyomások pedig legyenek p_1 és p_2 . A levegő kb. 99 százalékát kétatomos gáz alkotja, így a levegőmolekulák szabadsági foka $f = 5$ -nek, a fajhőhányados pedig $\kappa = \frac{f+2}{f} = \frac{7}{5} = 1,4$ -nek vehető.

Az adiabatikus állapotváltozás egyenlete szerint

$$p_1 = p_0 \frac{V_0^\kappa}{V_1^\kappa}, \quad \text{illetve} \quad p_2 = p_0 \frac{V_0^\kappa}{V_2^\kappa}.$$

A nyomásokkal és a térfogatokkal kifejezhető a levegőrészek belső energiája:

$$E_0 = \frac{f}{2} p_0 V_0, \quad E_1 = \frac{f}{2} p_1 V_1 \quad \text{és} \quad E_2 = \frac{f}{2} p_2 V_2.$$

Felírhatjuk még (az ütközés utáni pillanattól a dugattyú megállásáig) az energiamegmaradás törvényét:

$$2E_0 + \frac{Mv^2}{2} = E_1 + E_2,$$

vagyis

$$\frac{Mv^2}{fp_0V_0^\kappa} + 2V_0^{1-\kappa} = (V_0 + \Delta V)^{1-\kappa} + (V_0 - \Delta V)^{1-\kappa}.$$

Az ismert adatok behelyettesítése után (ha az SI mértékegységeket nem írjuk ki) az alábbi összefüggést kapjuk:

$$(0,05 + \Delta V)^{-0,4} + (0,05 - \Delta V)^{-0,4} = 6,9.$$

Ezt az egyenletet a szokásos algebrai módszerekkel nem lehet megoldani, ezért közelítő módszerrel próbálkozunk: fokozatosan leszűkítjük azt az intervallumot, amely a keresett ΔV értéket tartalmazza. Mivel $\Delta V = 0,01$ -nél a fenti egyenlet bal oldala 6,71, $\Delta V = 0,02$ -nél pedig 6,96, a keresett ΔV valahol 10 és 20 liter között lehet.

Tovább felezve az intervallumok hosszát a következő értékeket kapjuk:

$\Delta V = 0,01500$	$\longrightarrow$	6,807;
$\Delta V = 0,01750$	$\longrightarrow$	6,877;
$\Delta V = 0,01875$	$\longrightarrow$	6,918;
$\Delta V = 0,01813$	$\longrightarrow$	6,897;
$\Delta V = 0,01844$	$\longrightarrow$	6,908;
$\Delta V = 0,01828$	$\longrightarrow$	6,902;
$\Delta V = 0,01820$	$\longrightarrow$	6,899;
$\Delta V = 0,01824$	$\longrightarrow$	6,901;
$\Delta V = 0,01822$	$\longrightarrow$	6,900.

A $\Delta V = 18,22$ liter ($0,01822 \text{ m}^3$) tehát már nagyon jól közelíti a pontos értéket. Ezek szerint $V_2 = V_0 - \Delta V = 31,78$ liter, a gáz hőmérséklete pedig (az adiabatikus egyenlet és a gáztörvény alapján)

$$T_2 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_2} \right)^{\kappa-1} = 300 \text{ K} \cdot \left(\frac{50}{31,78} \right)^{0,4} \approx 360 \text{ K} = 87^\circ \text{C}.$$

Pácsonyi Péter (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 10. évf.)