

Jelölje d az a és b legnagyobb közös osztóját: $d = (a; b)$. Legyen $r_1 = \frac{b}{d}$ és $s_1 = \frac{a}{d}$. Ekkor nyilván $(r_1, s_1) = 1$ és $ar_1 = bs_1 = \frac{ab}{d}$, tehát $ar_1 + b \cdot (-s_1) = 0$, ami osztható c -vel.

De egyelőre $s = -s_1 < 0$. Keressünk olyan, c -vel osztható k pozitív egész számot, melyre $s_2 = k - s_1 > 0$ és $(r_1, s_2) = \left(\frac{b}{d}; k - \frac{a}{d}\right) = 1$ továbbra is teljesül. Mivel $c \mid k$, ezért $c \mid bk = (ar_1 - bs_1) + bk = ar_1 + b(k - s_1) = ar_1 + bs_2$.

Legyen $k = k'c \cdot \frac{b}{d}$, ahol k' elég nagy ahhoz, hogy $k'c \cdot \frac{b}{d} - \frac{a}{d} > 0$ fennálljon.

Azt állítjuk, hogy $(r_1, s_2) = 1$ is igaz. Ha ugyanis

$$1 < m = (r_1, s_2) = \left(\frac{b}{d}, k'c \frac{b}{d} - \frac{a}{d}\right)$$

valamely m pozitív egészre, akkor $m \mid \frac{b}{d}$ miatt $m \mid k'c \frac{b}{d}$ is igaz, amiből $m \mid s_2$ miatt $m \mid \frac{a}{d}$ következik, de ekkor $m \mid \frac{b}{d}$ és $m \mid \frac{a}{d}$, ami ellentmond annak, hogy $\frac{a}{d}$ és $\frac{b}{d}$ relatív prímek. Tehát valóban $(r_1, s_2) = 1$.

Tehát $r = \frac{b}{d}$ és $s = k'c \cdot \frac{b}{d}$, ahol k' megfelelően nagy, jó választás.