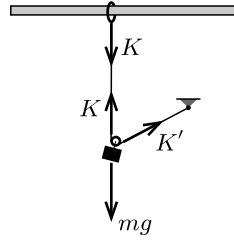
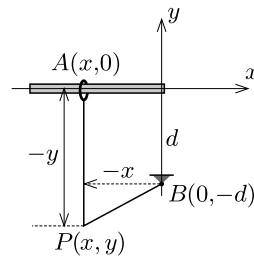


Mivel a kicsiny gyűrű súrlódásmentesen csúszhat a vízszintes rúdon, a rúd és csiga közötti fonál a mozgás első szakaszában (amíg a test el nem éri pályájának legalsó pontját) folyamatosan függőleges lesz. Ha ez nem teljesülne, akkor az 1. ábrán látható K erőnek lenne vízszintes komponense is, ami az elhanyagolható tömegű gyűrűt nagyon nagy (határesetben „végtelen nagy”) gyorsulással mozgatná; ez nyilván nem lehetséges. A csiga és a rögzített végpont közötti fonáldarabban ható K' erő kicsiny (elhanyagolható tehetetlenségi nyomatékú) csiga esetében K -val azonos nagyságú, ellenkező esetben a csigára ható eredő forgatónyomaték „végtelen nagy” szöggyorsulást eredményezne.



1. ábra

b) Határozzuk meg először az m tömegű test pályájának alakját! Vegyünk fel egy olyan derékszögű koordináta-rendszert, amelynek x tengelye illeszkedik a rúdra, az y tengely $(0, -d)$ pontja pedig a fonál gyűrűzetlen felfüggesztési pontja (2. ábra). Legyen $P(x, y)$ a test pályájának egy tetszőleges pontja a 3. síknegyedben ($x \leq 0$ és $y \leq 0$.)



2. ábra

A fonál ismert hosszát kifejezhetjük a P pont koordinátáival:

$$AP + PB = -y + \sqrt{x^2 + (-y - d)^2} = \ell,$$

ahonnan algebrai átalakítások után

$$y = \frac{x^2}{2(\ell - d)} - \frac{\ell + d}{2}$$

adódik. Ebből leolvasható, hogy a pálya egyenlete egy parabolát határoz meg. A parabola tengelye függőleges, paramétere $p = \ell - d$, fókusz távolsága tehát

$$f = \frac{p}{2} = \frac{(\ell - d)}{2}.$$

A parabola csúcspontja a rúd (vagyis az x tengely) alatt, attól

$$h = \frac{\ell + d}{2}$$

távolságra található.

a) A pálya legalsó pontja a rúd alatt h mélységben található. A rúdtól kezdősebesség nélkül induló m tömegű test sebessége a legalsó pontban (a mechanikai energiamegmaradás tétele szerint):

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{g(\ell + d)}.$$

c) A parabola görbületi sugara a pálya legalsó pontjában (a gömbtükörre vonatkozó, ismert optikai összefüggés szerint):

$$R = 2f = \ell - d.$$

A test mozgásegyenlete:

$$2K - mg = m \frac{v^2}{R},$$

ahonnan (v és R kiszámított értékeinek behelyettesítése után) megkapjuk a keresett fonálerőt:

$$K = mg \frac{\ell}{\ell - d}.$$

Megjegyzés. Ha a pálya legalsó pontját elérve a fonál függőleges része „beleakad” a rögzített felfüggesztésbe, akkor a test a továbbiakban egy negyedkör alakú pályán fog mozogni. Ennek sugara

$$R^* = \frac{\ell - d}{2},$$

a test mozgásegyenlete

$$2K^* - mg = m \frac{v^2}{R^*},$$

ahonnan a fonálerő (a fonál beakadása után):

$$K^* = mg \frac{3\ell + d}{2(\ell - d)}.$$

Látható, hogy a fonál beakadásakor a fonálerő (és ezzel együtt a test gyorsulása is) hirtelen, pillanatszerűen megváltozik, ezen fizikai mennyiségeket leíró függvényeknek tehát *szakadása* van.

Kozák András (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 10. évf.)
dolgozata alapján