

**I. megoldás.** A súrlódásmentesen lecsúszó test sebességét a parabolatükör legmélyebb pontjában az energiamegmaradás törvényéből számíthatjuk ki:

$$mgH = \frac{1}{2}mv^2, \quad \text{ahonnan} \quad v = \sqrt{2gH}.$$

A pálya legalsó pontjának közelében a test mozgása egyenletes körmozgással közelíthető. A körpálya sugara (a parabola simulókörének  $R$  sugara) megegyezik a parabola  $p$  paraméterével, ami a fókusz-távolság kétszerese (lásd pl. <https://hu.wikipedia.org/wiki/Fókusz-távolság>):

$$R = p = 2f.$$

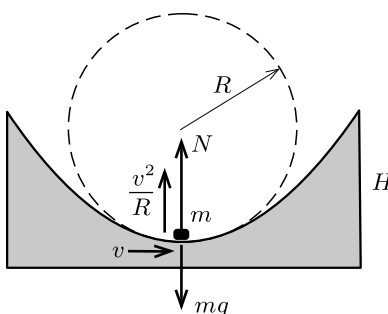
(Ugyanezt az összefüggést a gömbtükrök fókusz-távolságának ismert képlete alapján is megkaphatjuk.)

A körmozgás dinamikai feltétele (az 1. ábra jelöléseit használva):

$$N - mg = m\frac{v^2}{R},$$

ahonnan a keresett nyomóerő:

$$N = mg + m\frac{v^2}{2f} = mg + m\frac{2gH}{2f} = mg\left(1 + \frac{H}{f}\right).$$



1. ábra

Kolontári Péter (Pécs, Leővey Klára Gimn., 12. évf.)

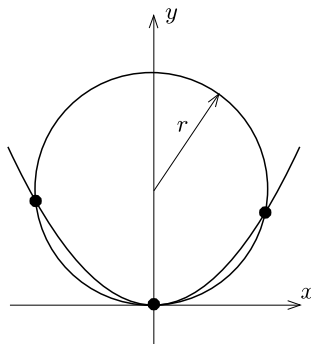
**II. megoldás.** Vizsgáljuk meg, hogy hány metszéspontja lehet egy  $f$  fókusz-távolságú parabolának és a parabolát a talpontjánál érintő  $r$  sugarú körnek! A görbék egyenlete

$$4fy = x^2, \quad \text{illetve} \quad x^2 + (y - r)^2 = r^2,$$

ahonnan a metszéspont(ok)  $y$  koordinátáját megadó összefüggés:

$$y^2 = 2y(r - 2f).$$

Innen látható, hogy ( $y \geq 0$  miatt) a két görbének csak akkor lesz egynél több metszéspontja, ha  $r - 2f > 0$  (2. ábra). A legnagyobb kör, amelynek csak egyetlen közös pontja van a parabolával (ez felel meg a simulókörnek)  $R = 2f$  sugarú.



2. ábra

Az energiamegmaradás alapján a test sebessége a pályájának legalsó pontjában  $v = \sqrt{2gH}$ . Newton II. törvénye szerint

$$N - mg = m\frac{2gH}{2f},$$

innen a nyomóerő

$$N = mg\frac{H + f}{f}.$$

Póta Balázs (Győr, Révai M. Gimn., 11. évf.)

**III. megoldás.** A parabola talppontjának közvetlen közelében a test vízszintes irányú sebességét állandónak,  $v = \sqrt{2gH}$  nagyságúnak tekinthetjük, a vízszintes irányú elmozdulást tehát minden pillanatban az

$$x(t) = vt = t\sqrt{2gH}$$

összefüggésből számíthatjuk ki. Másrészt tudjuk, hogy a tükör forgásfelületének vezérgörbéje egy olyan parabola, amelynek egyenlete:

$$y = \frac{x^2}{4f}.$$

Ebből a két egyenletből megkapjuk (közelítőleg) a test függőleges irányú elmozdulását az idő függvényében:

$$y(t) = \frac{x(t)^2}{4f} = \frac{1}{2} \left( \frac{H}{f} g \right) t^2 \equiv \frac{a}{2} t^2.$$

Látjuk, hogy a kis test  $a = Hg/f$  nagyságú, függőlegesen felfelé irányuló gyorsulással mozog. Ilyen mozgást az

$$N - mg = ma$$

mozgásegyenlet szerint

$$N = mg + ma = mg \left( 1 + \frac{H}{f} \right)$$

erő képes létrehozni, tehát ekkora erővel nyomja a tükör a kis testet, és ugyanekkorával nyomja az is a tükröt.

*Berke Martin* (Zalaegerszegi Zrínyi M. Gimn., 12. évf.)  
dolgozata alapján