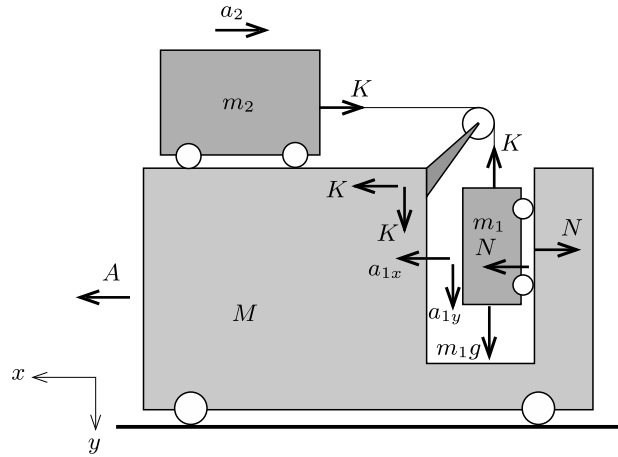
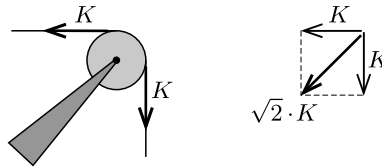


a) Az  $m_1$  és  $m_2$  tömegű testekre, valamint a  $M$  tömegű kiskocsra ható (számunkra fontos) erőket az 1. ábrán tüntettük fel. Ezek az  $m_1$  tömegű test esetében az  $m_1g$  nehézségi erő, a  $K$  kötelerő és az  $M$  tömegű test által kifejtett  $N$  nyomóerő. Az  $m_2$  tömegű test függőleges irányban biztosan nem mozdul el, a vízszintes irányú mozgását pedig egyedül a  $K$  kötelerő határozza meg. Az  $M$  tömegű test függőleges irányban szintén nem mozdul el, így elegendő a rá ható vízszintes erőkkel foglalkoznunk. Két ilyen erő van: az  $m_1$  tömegű testre ható  $N$  erő ellenereje és a kötélt által a csigára gyakorolt  $\sqrt{2} \cdot K$  nagyságú erő, amelynek vízszintes irányú komponense éppen  $K$  (2. ábra).



1. ábra



2. ábra

A testekre ható erők számításba vétele után most már felírhatjuk a mozgásegyenleteket  $x$  (vízszintes, balra pozitív) és  $y$  (függőleges, lefele pozitív) irányokban:

$$\begin{aligned} (1,x) \quad & N = m_1 a_{1x}, \\ (1,y) \quad & m_1 g - K = m_1 a_{1y}, \\ (2) \quad & K = m_2 a_2, \\ (3) \quad & K - N = M A. \end{aligned}$$

A mozgásegyenletek mellett még két kényszerfeltételt is megfogalmazhatunk. Az első feltétel abból adódik, hogy az  $m_1$  és  $M$  tömegű testek vízszintes gyorsulása egyenlő kell hogy legyen, hiszen az  $m_1$  tömegű test az  $M$  tömegű testen lévő üreg függőleges falán gurul, attól (a mozgás kezdetekor még biztosan) nem válik el. Fennáll tehát:

$$(4) \quad a_{1x} = A.$$

A kötélt nyújthatatlansága is ad egy kényszerfeltételt: az  $m_1$  tömegű test függőleges gyorsulása és az  $m_2$  tömegű testnek a csigához viszonyított (jobb felé irányuló) vízszintes gyorsulása egyenlő nagyságú, hiszen a kötélt egyik vége ugyanannyit közeledik a csigához, amennyit a másik távolodik attól. Teljesül tehát:

$$(5) \quad a_2 + A = a_{1y}.$$

Az  $(1,x)$ ,  $(1,y)$ ,  $(2)$ ,  $(3)$ ,  $(4)$ ,  $(5)$  egyenletrendszer megoldható, belőlük a hat ismeretlen ( $a_{1x}$ ,  $a_{1y}$ ,  $a_2$ ,  $A$ ,  $F$  és  $N$ ) kifejezhető:

$$(6) \quad A = a_{1x} = \frac{m_1 m_2}{2m_1 m_2 + m_1^2 + M(m_1 + m_2)} g.$$

A megadott tömegadatok esetén

$$A = a_{1x} = \frac{1}{10} g = 0,98 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Hasonlóan adódik, hogy

$$a_2 = \frac{m_1(M + m_1)}{2m_1m_2 + m_1^2 + M(m_1 + m_2)}g = \frac{3}{10}g = 2,94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$a_{1y} = \frac{m_1(M + m_1 + m_2)}{2m_1m_2 + m_1^2 + M(m_1 + m_2)}g = \frac{4}{10}g = 3,92 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Kiszámíthatjuk még az erőket is:  $N \approx 6 \text{ N}$  és  $K \approx 1 \text{ N}$ .

Összefoglalva: az  $m_1$  tömegű test gyorsulásvektora

$$a_1 = \sqrt{a_{1x}^2 + a_{1y}^2} \approx 4,04 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

nagyságú és az iránya a vízszintessel  $\arctg\left(\frac{3,92}{0,98}\right) = 76^\circ$ -os szöget zár be (balra lefelé mutat), az  $m_2$  tömegű test gyorsulása  $2,94 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  *jobbra*, az  $M$  tömegű test pedig  $0,98 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  gyorsulással *balra* indul el.

b) A (6) összefüggésből látható, hogy a kifejezésben szereplő tört mindig pozitív, így az  $M$  tömegű koci (bármilyen tömegadatok mellett) biztosan *balra* indul el.  $M \gg m_1, m_2$  esetben a kifejezés nevezője sokkal nagyobb a számlálónál, ilyenkor az  $M$  tömegű test gyorsulása elhanyagolhatóan kicsi. Az

$$\frac{M}{m_1} \rightarrow \infty, \quad \frac{M}{m_2} \rightarrow \infty$$

idealizált határesetben  $A = 0$ , ez tehát a *minimális* gyorsulású eset.

A kifejezés számlálójában láthatóan csak egy tag szerepel ( $m_1m_2$ ), ugyanezen tag pedig szerepel a nevezőben is, kétszeres szorzóval ( $2m_1m_2$ ). Mivel a nevező többi tagja mind pozitív, ez azt jelenti, hogy a tört értéke nem lehet nagyobb, mint  $\frac{1}{2}$ . Ez a maximális gyorsulású eset pedig akkor valósulhat meg, ha  $m_2 \gg m_1 \gg M$ , ekkor

$$A = \frac{1}{2 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{M}{m_1} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}g \approx \frac{1}{2}g \approx 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Németh Róbert (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.)  
dolgozata alapján