

Megoldás. Az A körfolyamatban a hőerőgép η_A hatásfoka a gáz által végzett

$$W_A = (p_2 - p_1)(V_x - V_1)$$

hasznos munka és a gáz által felvett hő hányadosa. Hőfelvétel egyrészt az állandó V_1 térfogaton végbemenő izochor állapotváltozáskor történik, ennek nagysága

$$Q_1 = \frac{f}{2} V_1 (p_2 - p_1),$$

másrészt a p_2 nyomáson végbemenő izobár táguláskor, amikor a felvett hő

$$Q_2 = \frac{f+2}{2} p_2 (V_x - V_1).$$

(A fenti képletekben felhasználtuk, hogy az f szabadsági fokú gáz belső energiája $E = (f/2)pV$, és a hőfelvétel $Q = \Delta E + p\Delta V$.) A körfolyamat hatásfoka tehát

$$\eta_A = \frac{W_A}{Q_1 + Q_2} = \frac{(p_2 - p_1)(V_x - V_1)}{\frac{f}{2} V_1 (p_2 - p_1) + \frac{f+2}{2} p_2 (V_x - V_1)}.$$

Hasonló módon számíthatjuk ki a B körfolyamat hatásfokát is. Itt a hőfelvétel a V_x térfogaton végbemenő izochor állapotváltozáskor

$$Q_3 = \frac{f}{2} V_x (p_2 - p_1),$$

illetve az izobár táguláskor felvett

$$Q_4 = \frac{f+2}{2} p_2 (V_2 - V_x)$$

összege, a hasznos munka pedig

$$W_B = (p_2 - p_1)(V_2 - V_x).$$

A hatásfok ennek megfelelően

$$\eta_B = \frac{W_B}{Q_3 + Q_4} = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_x)}{\frac{f}{2} V_x (p_2 - p_1) + \frac{f+2}{2} p_2 (V_2 - V_x)}.$$

Ha a két körfolyamat hatásfoka megegyezik, akkor nyilván

$$\frac{1}{\eta_A} = \frac{1}{\eta_B}$$

is fennáll. A hatásfokok fentebb kiszámított kifejezéseit behelyettesítve:

$$\frac{f}{2} \frac{V_1}{V_x - V_1} + \frac{f+2}{2} \frac{p_2}{p_2 - p_1} = \frac{f}{2} \frac{V_x}{V_2 - V_x} + \frac{f+2}{2} \frac{p_2}{p_2 - p_1},$$

ahonnan

$$\frac{V_1}{V_x - V_1} = \frac{V_x}{V_2 - V_x},$$

$$V_1 V_1 - V_1 V_x = V_x^2 - V_1 V_x,$$

vagyis $V_x = \sqrt{V_1 V_2}$ következik.

A keresett V_x érték tehát a V_1 és V_2 térfogatértékek *mértani* közepe.

Megjegyzés. Érdekes, hogy a kapott eredmény sem a nyomások nagyságától, sem pedig a gáz minőségére jellemző f -től nem függ.