

Megoldás. Legyen a egy páratlan szám, ahol $|a| > 1$ és $y = \left\lfloor \frac{a+1}{2} \right\rfloor$ és $z = \left\lfloor \frac{a-1}{2} \right\rfloor$.

Legyen először $x = 1$. Ekkor x , y és z pozitív egészek a kikötései miatt és

$$n = x^2 + y^2 - z^2 = 1 + \frac{a^2 + 2a + 1}{4} - \frac{a^2 - 2a + 1}{4} = a + 1.$$

Tehát ezzel a módszerrel elő tudjuk állítani a 3-nál nagyobb és (-1) -nél kisebb páros számokat, vagyis $n \leq -2$ vagy $4 \leq n$ és n páros szám. Kimaradó páros számok a 0 és a 2.

Legyen most $x = 2$. Ekkor x , y és z pozitív egészek a kikötései miatt és

$$n = x^2 + y^2 - z^2 = 4 + \frac{a^2 + 2a + 1}{4} - \frac{a^2 - 2ab + 1}{4} = a + 4.$$

Tehát ezzel a módszerrel elő tudjuk állítani a 6-nál nagyobb és a 2-nél kisebb páratlan számokat, vagyis $n \leq 1$ vagy $7 \leq n$ és n páratlan szám. Kimaradó páratlan számok a 3 és az 5.

Már csak a 0, 2, 3, 5 számokat kell előállítani:

$$0 = 3^2 + 4^2 - 5^2;$$

$$2 = 3^2 + 3^2 - 4^2;$$

$$3 = 4^2 + 6^2 - 7^2;$$

$$5 = 4^2 + 5^2 - 6^2.$$

Tehát minden egész számra bebizonyítottuk, hogy felírható $x^2 + y^2 - z^2$ alakban.