

I. megoldás. Ha n legalább 7, akkor $n!$ osztható 7-tel. A 2 hatványainak 7-tel való osztási maradéka 1, 2 vagy 4 lehet, hiszen $2^0 = \mathbf{1}$, $2^1 = \mathbf{2}$, $2^2 = \mathbf{4}$, $2^3 = 8 = 1 \cdot 7 + \mathbf{1}$, $2^4 = 2^3 \cdot 2 = (1 \cdot 7 + \mathbf{1}) \cdot 2 = 2 \cdot 7 + \mathbf{2}$, $2^5 = 2^4 \cdot 2 = (2 \cdot 7 + \mathbf{2}) \cdot 2 = 4 \cdot 7 + \mathbf{4}$ stb. Azonban egy olyan kéttagú $c + d$ összeg, ahol $c, d \in \{1, 2, 4\}$ nem osztható 7-tel, ezért megoldást csak $n \leq 6$ -ra remélhetünk. Ezek közül pedig csak $3! = 6 = 2^2 + 2^1$, és $4! = 24 = 2^4 + 2^3$ felel meg. (Mindkét eset külön-külön két megoldás, hiszen a és b szerepe felcserélhető.)

A megoldások tehát:

n	3	3	4	4
a	1	2	3	4
b	2	1	4	3

II. megoldás. A 7 helyett vizsgálhatjuk a 15-tel való osztási maradékokat, illetve az azokat egyértelműen meghatározó 3-as és 5-ös maradékokat. Nyilván $2^0 \equiv 1 \pmod{3}$, $2^1 \equiv -1 \pmod{3}$, $2^2 \equiv 1 \pmod{3}$ stb., illetve $2^0 \equiv 1 \pmod{5}$, $2^1 \equiv 2 \pmod{5}$, $2^2 \equiv -1 \pmod{5}$, $2^3 \equiv -2 \pmod{5}$, $2^4 \equiv 1 \pmod{5}$ stb.; ebből látható, hogy $2^a + 2^b$ pontosan akkor osztható 3-mal, ha a és b különböző paritásúak, míg az 5-tel való oszthatóságnak az a feltétele, hogy a és b azonos paritású legyen. A két feltétel nem teljesülhet egyszerre, ezért $2^a + 2^b = n!$ nem osztható $3 \cdot 5$ -tel, így csak $n \leq 4$ jöhet szóba, melyből az I. megoldásbeli eredményt kapjuk.