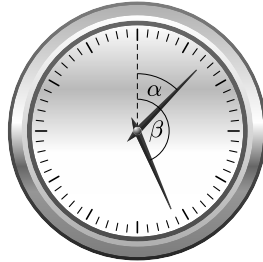


Az időt akkor nem tudjuk egyértelműen leolvasni erről az óráról, ha a kis- és nagymutató felcserélhető pozícióban van. Jelentsé ekkor a két mutatónak a „12 órával” bezárt szögét az *ábra* szerint rendre α és β , ahol $0^\circ < \alpha, \beta < 360^\circ$. Mivel nem tudjuk megkülönböztetni az állásokat teljesen, hogy

$$12\alpha = k \cdot 360^\circ + \beta, \quad \text{illetve} \quad 12\beta = \ell \cdot 360^\circ + \alpha,$$

ahol $0 \leq k, \ell < 12$ természetes számok.



Fejezzük ki β -t az első egyenletből és helyettesítsük a második egyenletbe:

$$\begin{aligned} \beta &= 12\alpha - k \cdot 360^\circ, \\ 12(12\alpha - k \cdot 360^\circ) &= \ell \cdot 360^\circ + \alpha. \end{aligned}$$

Ebből α , majd β kifejezhető a k és ℓ segítségével:

$$\alpha = \frac{(12k + \ell) \cdot 360^\circ}{143}, \quad \beta = \frac{(12\ell + k) \cdot 360^\circ}{143}.$$

A mutatók pozíciója összecserélhető, ha $k \neq \ell$. (Ha $k = \ell$, akkor a két mutató fedi egymást és pontosan tudjuk, hogy mennyi az idő.)

A k és ℓ természetes számok, mindkettő 12 különböző értéket vehet fel ($0 \leq k, \ell < 12$), tehát összesen 144 lehetőség van. Ebből azonban ki kell vonni azt a 12 esetet, amikor $k = \ell$. Az összes, kérdésben szereplő időpont száma tehát $144 - 12 = 132$.

II. megoldás. Vegyünk egy olyan másik – új – órát, amelyik pontosan 12-szer gyorsabban jár, mint a feladatban szereplő óra, majd indítsuk el mindkét órát egyszerre 12:00-tól. Ekkor az új órán az órát jelző mutató ugyanolyan sebességgel jár, mint az eredeti órán a percet jelző mutató. Bennünket azok a helyzetek érdekelnek, amikor az eredeti órán az órát jelző mutató azonos pozícióban áll az új órának a percet jelző mutatójával (ugyanis ezek azok a helyzetek, amikor azonos perc- és óramutató esetén nem dönthető el, hogy a két változathoz melyik a valóságos idő).

Amíg az eredeti órán az órát jelző mutató megtesz egy teljes kört, addig az új órán lévő percmutató 144 kört tesz meg, és mind a 144 alkalommal egyszer azonos helyzetben lesz e két mutató. Azonban 12 olyan alkalom is lesz, amikor a két órának mind a négy mutatója azonos helyzetbe kerül. E 12 alkalommal egyértelműen megállapítható az idő, ezért $144 - 12 = 132$, olyan állása van a mutatóknak amikor nem állapítható meg egyértelműen az órák által mutatott idő.

Megjegyzés. Nagyon sokan elfeledkeztek arról, hogy amikor egymáson van a két mutató, akkor a felcserélhetőség ellenére egyértelmű az idő.