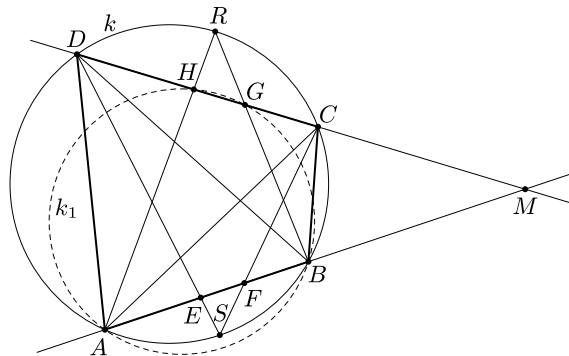


Megoldás. Ha $AB \parallel CD$, akkor $ABCD$ húrtrapéz, így szimmetrikus az AB szakasz felezőmerőlegesére. Ekkor az egész ábra, így az $EFGH$ trapéz is szimmetrikus, így $EFGH$ húrtrapéz. A továbbiakban feltesszük, hogy AB és CD az M pontban metszik egymást.

Legyen $ABCD$ körülírt körén az A -t nem tartalmazó CD ív felezőpontja R , a C -t nem tartalmazó AB ív felezőpontja S . A kerületi szögek tétele szerint ekkor a CAD és CBD szögek felezői R -ben, míg az ADB és ACB szögek felezői S -ben metszik egymást. Ebből az is következik, hogy az ábra helyes, az A, E, F és B ; valamint a C, G, H és D pontok az *ábrán* látható sorrendben következnek.



Először belátjuk, hogy $ABGH$ húrnégyszög, ehhez elegendő megmutatnunk, hogy két szemközti szögének összege 180° . Egyrészt $HAB = DAB - DAR$, másrészt $BGH = DCB + RBC$ (a GBC külső szöge). Vegyük észre, hogy $DAR = RBC$, mivel mindkettő a CD íven nyugvó kerületi szög fele. Így $HAB + BGH = DAB + DCB = 180^\circ$.

Hasonlóan belátható, hogy a $DEFC$ négyszög is húrnégyszög. Legyen az $ABCD$ körülírt köre k , az $ABGH$ körülírt köre k_1 , a $DEFC$ körülírt köre pedig k_2 . A külső pontból körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételét alkalmazzuk az M pontra és rendre a k, k_1 és k_2 körökre, így nyerjük, hogy

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD; \quad MA \cdot MB = MG \cdot MH; \quad ME \cdot MF = MC \cdot MD.$$

A három egyenlőséget összevetve $MG \cdot MH = ME \cdot MF$ adódik. Innen az állítás azonnal következik a külső pontból körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételének megfordításából.