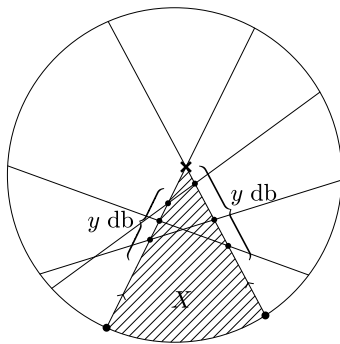


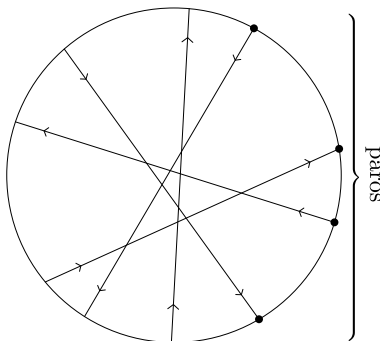
Gáspár Attila megoldása. Rajzoljunk egy olyan nagy kört, ami az összes szakaszt tartalmazza a belsejében. Hosszabbítsuk meg az összes szakaszt úgy, hogy a végpontjaik a körre kerüljenek. Két szakasz legfeljebb egy pontban metszheti egymást, ezért nem jön létre új metszéspont, tehát a hosszabbítás semmit nem befolyásol. Nevezzük a szakaszvégpontokat belépési és kilépési pontoknak attól függően, hogy indul-e belőle béka, vagy nem. Nyilvánvaló, hogy n db belépési és n db kilépési pont van.

Tegyük fel, hogy a körön van két szomszédos belépési pont. Az 1. ábrán látható, a két szakasz metszéspontig tartó részei és a köztük lévő, más pontot nem tartalmazó körív által határolt alakzat legyen X . Látható, hogy mindegyik szakasz (az X -et határoló szakaszokat kivéve) 0 vagy 2 pontban metszi az X határvonalát, mert az X konvex. A körívet egyik sem metszi, ezért mindegyik a két szakaszt fogja metszeni. A két X -et határoló szakaszon így ugyanannyi metszéspont lesz, ez legyen y . Mivel $y \leq n - 2$, ezért $y + 1$ ugrás után a két béka összeütközik. Ez ellentmondás, tehát nem lehet két szomszédos belépési pont. Ha a békák $n - 1$ helyett n -szer ugranak, akkor a kilépési pontokba érkeznek. Ilyenkor nem történhet ütközés, ezért ez nem módosítja a feladatot. Nyilvánvaló, hogy ha a békák nem ütköztek, akkor a kilépési pontokból indulva sem ütköznenek, ekkor a lépéssorozat visszafelé játszódna le. Ebből következik, hogy nem lehet két szomszédos kilépési pont. Így a körön lévő pontok felváltva kilépési és belépési pontok.



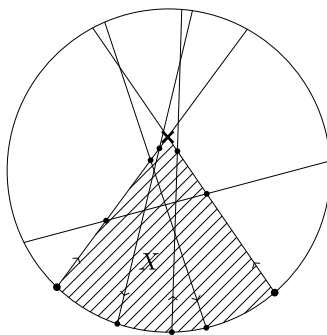
1. ábra

a) Válasszunk ki egy végpontot, és legyen belépési pont. A többi végpont felváltva legyen kilépési és belépési pont. Egy tetszőleges szakaszt az összes többi metsz, ezért a két oldalán ugyanannyi végpont van. Összesen $2n$ végpont van, ezért egy oldalon $n - 1$ db van. Ez páros, ezért a szakasz végpontjai különböző típusúak (2. ábra).



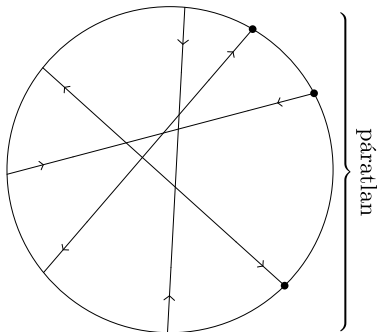
2. ábra

Tegyük fel, hogy van két béka, ami összeütközik. Legyen a 3. ábrán látható, a két szakasz metszéspontig tartó részei és a két belépési pontot összekötő, a két szakasz kilépési pontját nem tartalmazó körív által határolt alakzat X . Az X konvex, ezért minden szakasz 0 vagy 2 pontban metszi az X határvonalát. A két béka ütközik, ezért a két szakasz határvonalán ugyanannyi metszéspont van. A köríven páratlan számú végpont van, mert két belépési pont között vannak. Így összesen páratlan számú pontban metszik a szakaszok az X határvonalát. Ez ellentmondás, tehát a békák nem ütköznek.



3. ábra

b) Tegyük fel, hogy lehetséges. Egy szakasz egyik oldalán $n - 1$ végpont van. Ez páratlan, ezért a szakasz két végpontja ugyanolyan típusú. Ez ellentmondás (4. ábra).



4. ábra