

**Megoldás.**  $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$ . Az, hogy  $\sqrt{2015n}$  egész, ekvivalens azzal, hogy  $2015n$  kanonikus alakjában minden prímszám páros kitevőn van. Ebből következik, hogy  $n = 2015k^2$  alakú, ahol  $k$  pozitív egész szám.

Tekintsük a harmonikus közepet. Felhasználva, hogy  $n = 2015k^2$ , alakítsuk át a következő módon:

$$\frac{2}{\frac{1}{n} + \frac{1}{2015}} = \frac{2}{\frac{2015+n}{2015n}} = \frac{2 \cdot 2015n}{2015+n} = \frac{2 \cdot 2015 \cdot 2015k^2}{2015+2015k^2} = \frac{2 \cdot 2015k^2}{1+k^2}.$$

Ha ez a szám egész, akkor a nevező osztja a számlálót:  $1+k^2 \mid 2 \cdot 2015k^2$ . Mivel  $1+k^2$  és  $k^2$  relatív prímek, ezért ez csak úgy teljesülhet, ha  $1+k^2 \mid 2 \cdot 2015$ .

A  $2 \cdot 2015 = 2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 31$  osztói: 1, 2, 5, 10, 13, 26, 31, 62, 65, 95, 130, 310, 403, 806, 2015, 4030. Ezek közül csak a 2, 5, 10, 26, 65 lesz  $1+k^2$  alakú. Minden  $k$ -hoz tartozik egy  $n$  érték, tehát összesen 5 darab ilyen  $n$  van.