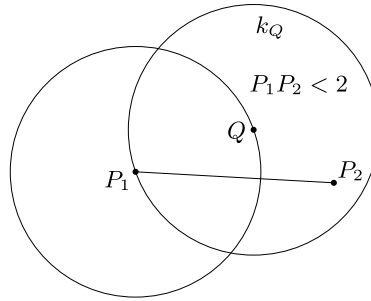


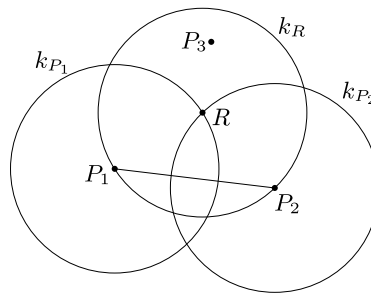
**Megoldás.** Megmutatjuk, hogy van olyan egységsugarú zárt körlemez, amely legalább három  $\mathcal{P}$ -beli pontot tartalmaz. A megoldás során tetszőleges  $A$  pont esetén  $k_A$  az  $A$  középpontú egységsugarú zárt körlemez jelöli.

Először azt látjuk be, hogy van két olyan  $\mathcal{P}$ -beli pont, melyek távolsága kisebb, mint 2. Legyen  $P_1 \in \mathcal{P}$  tetszőleges halmazbeli pont,  $Q$  pedig olyan pont, melyre  $P_1Q = 1$ . Ekkor  $k_Q$  nem tartalmazza a belsejében  $P_1$ -et, ezért a feltételek szerint van olyan  $P_2 \in \mathcal{P}$  pont, melyet  $k_Q$  a belsejében tartalmaz. Ekkor  $P_1P_2$  rövidebb, mint  $k_Q$  átmérője, azaz  $P_1P_2 < 2$  (1. ábra).



1. ábra

Ezért van olyan  $R$  pont (a  $P_1$ , illetve  $P_2$  középpontú 1 sugarú körvonalak két metszéspontja közül az egyik), melyre  $RP_1 = RP_2 = 1$ . Tehát  $k_R$  nem tartalmazza a belsejében sem  $P_1$ -et, sem  $P_2$ -t, ezért a feltételek szerint van olyan  $P_3 \in \mathcal{P}$  pont, melyet  $k_R$  a belsejében tartalmaz (2. ábra). Vagyis  $k_R$  tartalmazza a  $P_1$ ,  $P_2$  és  $P_3$  pontok mindegyikét, s ezzel állításunkat beláttuk.



2. ábra