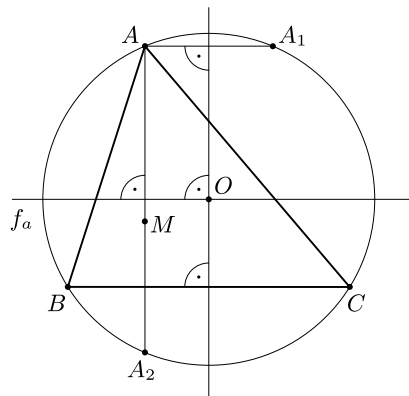


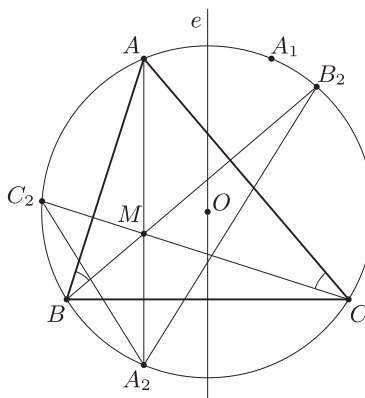
Megoldás. Legyen az ABC háromszög magasságvonalainak a k körülírt körrel való, a csúcsoktól különböző metszéspontja rendre A_2 , B_2 és C_2 . Mivel AA_2 a k kör BC -re merőleges húrja, ezért ennek f_a felezőmerőlegese átmegy O -n és merőleges BC felezőmerőlegesére is. Vizsgáljuk meg, mi lesz A_2 -nek az O -ra vonatkozó tükörképe. Ismert, hogy egy pontra vonatkozó középpontos tükrözés helyettesíthető két olyan egyenesre vonatkozó tengelyes tükrözés egymásutánjával, melyek egymást merőlegesen metszik az adott pontban. Ezért ha A_2 -t tükrözzük f_a -ra, majd a képét, A -t, BC felezőmerőlegesére, akkor a kapott A_1 pont megegyezik A_2 -nek az O -ra vonatkozó tükörképével (1. ábra). Ugyanígy látható be, hogy a B_2 , illetve C_2 pontok O -ra vonatkozó tükörképe B_1 , illetve C_1 .



1. ábra

Tehát az $A_1B_1C_1$ háromszög O -ra vonatkozó tükörképe az $A_2B_2C_2$ háromszög. Ezért K -nak az O -ra vonatkozó tükörképe megegyezik az $A_2B_2C_2$ háromszög beírt körének L középpontjával. Mivel O nyilván felezi az LK szakaszt, ezért feladatunk állításának igazolásához elegendő megmutatnunk, hogy $M \equiv L$, ami ekvivalens azzal, hogy az $A_2B_2C_2$ háromszögben az ABC háromszög magasságvonalai belső szögfelezők.

Legyen az ABC háromszög A -nál lévő szöge α . Mivel $BB_2 \perp AC$ és $CC_2 \perp AB$, ezért $ABB_2 \sphericalangle = 90^\circ - \alpha = ACC_2 \sphericalangle$. A k körben a kerületi szögek tétele miatt $AA_2B_2 \sphericalangle = ABB_2 \sphericalangle$ és $AA_2C_2 \sphericalangle = ACC_2 \sphericalangle$, tehát $AA_2B_2 \sphericalangle = AA_2C_2 \sphericalangle$ (2. ábra). Vagyis AA_2 felezi a $C_2A_2B_2$ szöget. Ugyanígy látható be, hogy BB_2 és CC_2 is szögfelezők, s ezzel feladatunk állítását igazoltuk.



2. ábra