

Megoldás. Először belátjuk, hogy

$$f\left(\frac{k}{n}\right) + f\left(\frac{n-k}{n}\right) = 1, \quad \text{minden } n, k \in \mathbb{N}^+, 0 \leq k \leq n \text{ esetén.}$$

$$\frac{4^{\frac{k}{n}}}{4^{\frac{k}{n}} + 2} + \frac{4^{\frac{n-k}{n}}}{4^{\frac{n-k}{n}} + 2} = \frac{4^{\frac{k}{n}}}{4^{\frac{k}{n}} + 2} + \frac{4^{1-\frac{k}{n}}}{4^{1-\frac{k}{n}} + 2} = \frac{4^{\frac{k}{n}}}{4^{\frac{k}{n}} + 2} + \frac{\frac{4}{4^{\frac{k}{n}}}}{\frac{4}{4^{\frac{k}{n}}} + 2} =$$

$$= \frac{4^{\frac{k}{n}}}{4^{\frac{k}{n}} + 2} + \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^{\frac{k}{n}}} = \frac{4^{\frac{k}{n}}}{4^{\frac{k}{n}} + 2} + \frac{2}{4^{\frac{k}{n}} + 2} = 1.$$

(Természetesen tetszőleges valós x -re bizonyítható $f(x) + f(1-x) = 1$. A megoldáshoz viszont elegendő a fenti megfontolás is.) Most a megoldás befejezéséhez képezzünk párokat a 2016 függvényértékből:

$$f(0/2015) + f(2015/2015) = f(1/2015) + f(2014/2015) = \dots =$$

$$= f(1007/2015) + f(1008/2015) = 1.$$

Mivel mindegyik párban az összeg 1, a teljes összeg 1008 lesz.