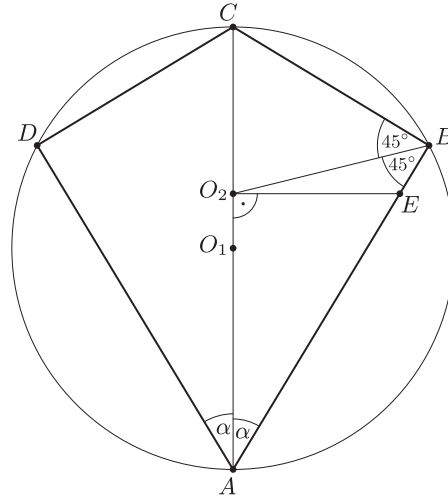


Megoldás. Legyen a szerkesztendő $ABCD$ deltoid szimmetriatengelye az AC átló, jelöljük a deltoid A -nál lévő szögét 2α -val. Mivel a deltoidnak van körülírt köre, ezért szemközti szögeinek összege 180° , tehát a szimmetria miatt B -nél és D -nél lévő szögei derékszögek. Ezért B és D rajta van az AC átló Thalész-körén, ami egyúttal a deltoid körülírt köre is. Ennek O_1 középpontja tehát az AC átló felezőpontja. Jelöljük a deltoid beírt körének középpontját O_2 -vel. Ez a pont a deltoid belső szögfelezőinek a metszéspontja, tehát rajta van az AC átlón és

$$ABO_2 \sphericalangle = CBO_2 \sphericalangle = 45^\circ$$

(lásd az 1. ábrát).



1. ábra

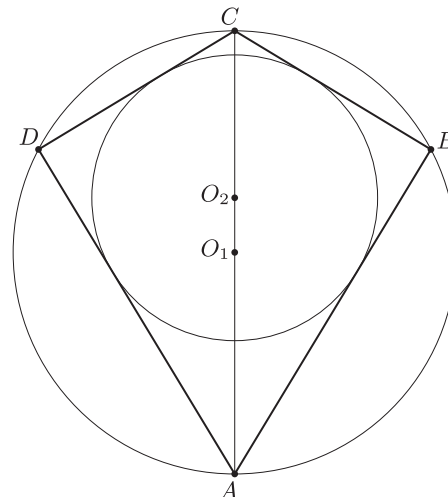
A szögfelezőtétel szerint

$$(1) \quad \frac{AB}{BC} = \frac{AO_2}{O_2C}.$$

Ha $O_2 \equiv O_1$, akkor $AB = BC$, a szerkesztendő deltoid négyzet, amit AC átlójának ismeretében könnyen megszerkeszthetünk. Ha $O_1O_2 > 0$, akkor A és C szimmetrikus szerepe miatt feltehetjük, hogy $AB > BC$. Jelöljük az O_2 -ben AC -re állított merőleges és az AB szakasz metszéspontját E -vel. Ekkor az ABC és AO_2E derékszögű háromszögek hasonlóak, mert A -nál lévő hegyesszögük megegyezik, mindkettőben α . Ezért

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AO_2}{O_2E},$$

amiből az (1) egyenlőség miatt $O_2C = O_2E$ következik.



2. ábra

Ezek alapján a szerkesztés már egyszerűen elvégezhető. Megrajzoljuk a deltoid O_1 középpontú körülírt körét és kijelöljük egyik átmérőjét, ennek két végpontja A és C . Az O_1C sugárra O_1 -ből felmérve az adott O_1O_2 távolságot megkapjuk O_2 -t. Az O_2 -ben AC -re állított merőlegesre O_2 -ből az O_2C távolságot felmérve kapjuk E -t. Az AE egyenes és a körülírt kör A -tól különböző metszéspontja adja B -t, ennek AC -re vonatkozó tükörképe pedig D -t.

Az így szerkesztett $ABCD$ deltoid nyilván eleget tesz a feladat feltételeinek. A feladatnak egy megoldása van, ha O_1O_2 kisebb, mint a deltoid körülírt körének sugara, ha pedig ez nem teljesül, akkor nincs megoldása.