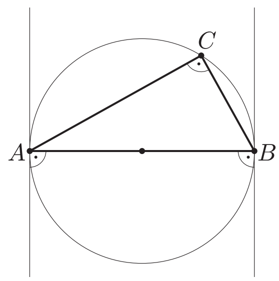
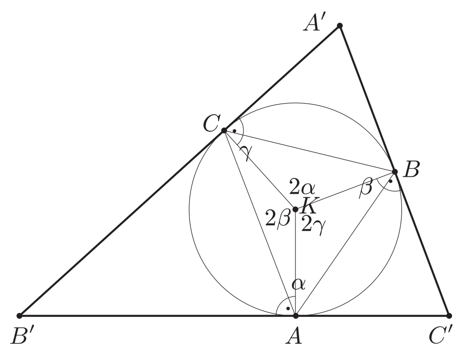
Megoldás. Jelöljük a háromszög csúcsait a szokásos módon A, B, C-vel. Ha a háromszög derékszögű, pl. $\gamma = 90°$, akkor AB a körülírt kör átmérője, ezért a körülírt körhöz az A-ban és B-ben húzott érintők párhuzamosak (*1. ábra*), tehát ebben az esetben az érintők nem alkotnak háromszöget. A továbbiakban feltesszük, hogy az ABC háromszög nem derékszögű. Legyenek a körülírt körhöz a csúcsokban húzott érintők által alkotott háromszög csúcsai A', B' és C', a körülírt kör középpontja pedig K. A kerületi és középponti szögek közti összefüggés alapján a körülírt kör A-t nem tartalmazó BC ívéhez tartozó középponti szög 2α, a B-t nem tartalmazó CA ívéhez tartozó középponti szög 2β, a C-t nem tartalmazó AB ívéhez tartozó középponti szög pedig 2γ. A kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, ezért $KA \perp B'C'$, $KB \perp C'A'$ és $KC \perp A'B'$. A továbbiakban megkülönböztetjük a hegyesszögű és a tompaszögű háromszög esetét.



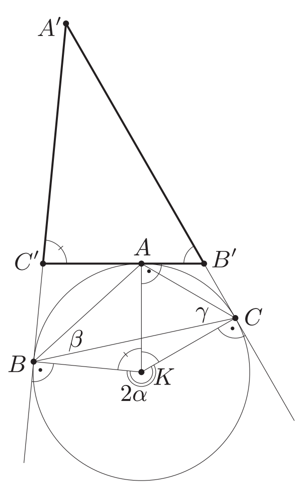
1. ábra



2. ábra

Ha ABC hegyesszögű (*2. ábra*), akkor a körülírt köre az $A'B'C'$ háromszögnek beírt köre. A $KAC'B$, $KBA'C$ és $KCB'A$ négyszögek húrnégyszögek, mert két-két szemközti szögük derékszög. A keresett szögek éppen ezen húrnégyszögek K-val szemközti szögei. Bármely húrnégyszögben a szemközti szögek összege $180°$, ezért ebben az esetben az $A'B'C'$ háromszög szögei $180° - 2\alpha$, $180° - 2\beta$ és $180° - 2\gamma$.

Ha ABC tompaszögű, akkor feltehetjük, hogy $\alpha > 90°$ (*3. ábra*). Ekkor az ABC háromszög körülírt köre az $A'B'C'$ háromszögnek a $B'C'$ oldalához hozzáírt köre. Ebben az esetben a $KAC'B$, $KAB'C$ és $KCA'B$ négyszögek húrnégyszögek, mert két-két szemközti szögük derékszög. A keresett szögek most a $KCA'B$ húrnégyszög K-val szemközti szöge, valamint a $KAB'C$ és $KAC'B$ húrnégyszögek K-val szemközti csúcsnál lévő külső szögei. Bármely húrnégyszögben a szemközti csúcsnál lévő külső szög megegyezik az eredeti csúcsnál lévő belső szöggel, ezért ebben az esetben az $A'B'C'$ háromszög szögei $180° - (360° - 2\alpha) = 2\alpha - 180°$, 2γ és 2β.



3. ábra

Megjegyzés. Nagyon sok megoldó (több, mint 60%) elfelejtkezett a nem hegyesszögű háromszögek vizsgálatáról. Pedig illett volna gyanút fogniuk akkor, amikor leírták, hogy a keresett szög pl. $180^\circ - 2\alpha$, ami ugye $90^\circ < \alpha$, azaz tompaszögű háromszög esetén negatív.