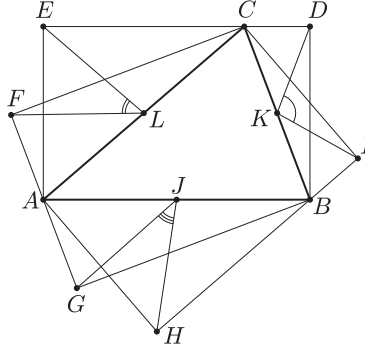


Megoldás. Készítsük el a feladatban szereplő betűzésekkel az *ábrát*.



Az ABC háromszög szögeit a szokásos módon rendre α , β , γ -val jelöljük. Fejezzük ki az állításban szereplő szögeket az α , β , γ segítségével.

Az $\angle ACE = \angle CAB = \alpha$, mert váltószögek. Az ECA háromszög derékszögű, átfogója AC , ennek felezőpontja L . Az E és F pontok az AC szakasz Thalész-körén helyezkednek el, $AL = FL = EL = CL$. Az ELC háromszög egyenlő szárú, így $\angle LEC = \angle LCE = \alpha$, tehát $\angle ELC = 180^\circ - 2\alpha$. Hasonlóan számolható az FLA szög is, $\angle FLA = 180^\circ - 2\gamma$. A két előbbi alapján

$$\angle ELF = 180^\circ - \angle ELC - \angle FLA = 180^\circ - 180^\circ + 2\alpha - 180^\circ + 2\gamma = 2\alpha + 2\gamma - 180^\circ.$$

A feladatban szereplő másik két szögre ugyanezzel a gondolatmenettel kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} \angle IKD &= 180^\circ - \angle CKD - \angle IKB = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta) - (180^\circ - 2\gamma) = \\ &= 2\beta + 2\gamma - 180^\circ, \\ \angle GJH &= 180^\circ - \angle AJG - \angle HJB = 180^\circ - (180^\circ - 2\beta) - (180^\circ - 2\alpha) = \\ &= 2\beta + 2\alpha - 180^\circ. \end{aligned}$$

Végül a három kifejezett szög összege:

$$\angle ELF + \angle IKD + \angle GJH = 4\alpha + 4\beta + 4\gamma - 3 \cdot 180^\circ = 4(\alpha + \beta + \gamma) - 3 \cdot 180^\circ = 180^\circ.$$

A feladat állítását igazoltuk.