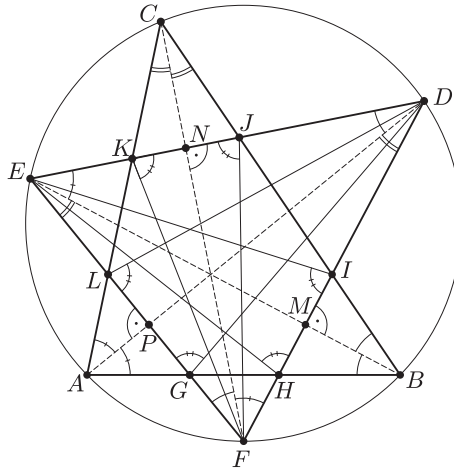


Megoldás. Jelölje az ABC háromszög szögeit rendre 2α , 2β és 2γ . Legyen továbbá $AD \cap EF = P$, $BE \cap FD = M$ és $CF \cap DE = N$.



Az azonos íven nyugvó kerületi szögek egyenlősége miatt ekkor $\angle ADE = \angle ABE = \beta$, $\angle DEB = \angle DAB = \alpha$ és $\angle BEF = \angle BCF = \gamma$. Tehát a DEP háromszögben a D -nél és E -nél lévő szögek összege $\beta + (\alpha + \gamma) = 90^\circ$, ezért a háromszög harmadik szöge derékszög, vagyis $AD \perp EF$. Ugyanígy kapjuk, hogy $BE \perp FD$ és $CF \perp DE$.

Az LAG háromszögben tehát az A csúsból induló AP szögfelező merőleges a szemközti oldalra. Ezért AP a háromszögnek szimmetriatengelye, $LA = GA$ és $LP = PG$. Viszont az AP egyenes D -n is átmegy, tehát $LD = DG$, vagyis a DGL háromszög is egyenlőszárú. Ugyanígy kapjuk, hogy az EHI és FKJ háromszögek is egyenlőszárúak, és ezen háromszögek szimmetriatengelye BE , illetve CF .

A háromszögek hasonlóságának belátásához elegendő megmutatnunk, hogy alapon fekvő szögeik egyenlőek. Mivel $\angle CKD = \angle CKJ = 90^\circ - \gamma$, ezért $\angle DKL = 90^\circ + \gamma$. Ekkor az $FDKL$ négyszögben a szemközti szögek összege

$$\angle DKL + \angle LFD = \angle DKL + \angle EFC + \angle CFD = 90^\circ + \gamma + \beta + \alpha = 180^\circ,$$

vagyis a négyszög húrnégyszög. E húrnégyszög köréírt körében $\angle DKF$ és $\angle DLF$ ugyanahhoz a DF ívhez tartozó kerületi szögek, ezért $\angle DKF = \angle DLF$. Ugyanígy kapjuk, hogy $DEGH$ is húrnégyszög, amiből pedig $\angle DGE = \angle DHE$ következik.

Tehát a DGL , EHI és FKJ háromszögek olyan egyenlőszárú háromszögek, melyeknek az alapon fekvő szögeik egyenlőek, ezért a háromszögek hasonlóak egymáshoz.