

3. feladat. A Nagy Hadronütköztető

A rész. Az LHC gyorsító

A.1. Az energiamegmaradás törvénye szerint:

$$eU = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2.$$

Ezt megoldva v -re:

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_p c^2}{m_p c^2 + eU} \right)^2}.$$

A.2. A fenti eredményt felhasználva:

$$\Delta = 1 - \frac{v}{c} = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m_e c^2}{m_e c^2 + eU} \right)^2}.$$

Mivel $m_e c^2 \ll eU$, így

$$\Delta \approx \frac{1}{2} \left(\frac{m_e c^2}{eU} \right)^2 = 3,63 \cdot 10^{-11}.$$

A.3. Mivel a részecskék impulzusának csak az iránya változik, az impulzus nagysága állandó, a körmozgás dinamikai feltétele:

$$\frac{dp}{dt} = p \frac{v}{r} = \frac{m_p v^2}{r \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = evB.$$

Az energia:

$$E = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ezekből (felhasználva, hogy $r = L/(2\pi)$ és $v \approx c$):

$$B = \frac{2\pi E}{ecL} = 5,50 \text{ T}.$$

A.4. Keressük a kisugárzott teljesítmény képletét $P_s = a^\alpha q^\beta c^\gamma \varepsilon_0^\delta$ alakban. A megfelelő dimenziók:

$$[P_s] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}, \quad [a] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad [q] = \text{C}, \quad [c] = \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad [\varepsilon_0] = \frac{\text{C}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}.$$

A tömeg, a töltés, a hosszúság és az idő mértékegységének összevetéséből rendre a

$$\delta = -1, \quad \beta + 2\delta = 0, \quad \alpha + \gamma - 3\delta = 2, \quad -2\alpha - \gamma + 2\delta = -3$$

egyenleteket kapjuk. Ezekből $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\gamma = -3$, $\delta = -1$, vagyis a sugárzási teljesítmény:

$$P_t \sim \frac{a^2 \cdot e^2}{c^3 \cdot \varepsilon_0}.$$

A.5. Egyetlen részecske által kisugárzott teljesítmény:

$$P_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{1}{6\pi} \frac{a^2 \cdot e^2}{c^3 \cdot \varepsilon_0}.$$

Felhasználva az E energia A.3.-ban megadott alakját, valamint, hogy $a \approx c^2/r$ és $r = L/(2\pi)$:

$$P_s = \left(\frac{E}{m_p c^2} \right)^4 \frac{2\pi e^2 c}{3\varepsilon_0 L^2} = 7,94 \cdot 10^{-12} \text{ W}.$$

A teljes kisugárzott teljesítmény:

$$P_t = 2 \cdot 2808 \cdot 1,15 \cdot 10^{11} \cdot P_s = 5,13 \text{ kW}.$$

A.6. A relativisztikus mozgásegyenlet:

$$F = e \frac{U}{d} = \text{állandó} = \frac{dp}{dt} = \frac{p_{\text{vég.}} - p_{\text{kez.}}}{T}.$$

Felhasználva a végsebesség **A.1.**-beli alakját és hogy $p_{v\acute{e}g.} = m_p v / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, továbbá $p_{kez\acute{d}.} = 0$:

$$T = \frac{m_p c d}{eU} \sqrt{\left(1 + \frac{eU}{m_p c^2}\right)^2 - 1} = 218 \text{ ns.}$$

B rész. Részecskeazonosítás

B.1. A $v = \ell/t$ és a $p = mv/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ összefüggésekből:

$$m = \frac{p}{\ell c} \sqrt{c^2 t^2 - \ell^2}.$$

B.2. A repülési idők különbsége:

$$\Delta t = 3 \cdot 150 \text{ ps} = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ s.}$$

A **B.1.** részből

$$t = \frac{\ell}{c} \sqrt{\left(\frac{mc}{p}\right)^2 + 1}.$$

A kaon és a pion adatait felhasználva:

$$\Delta t = \frac{\ell}{c} \left(\sqrt{0,498^2 + 1} - \sqrt{0,135^2 + 1} \right),$$

ahonnan $\ell = 1,25 \text{ m}$ adódik.

B.3. A nyomkövetési csőben megtett körív hossza:

$$\ell = 2r \arcsin \frac{R}{2r}.$$

Csak keresztirányú p_T impulzus van, és a relativisztikus mozgásegyenlet $p(v/r) = evB$, a nyaláb irányára merőleges (transzverzális) impulzus: $p_T = erB$. Felhasználva **B.1.** eredményét:

$$m = \frac{eB}{c} \sqrt{\left(\frac{ct}{2 \arcsin \frac{R}{2r}}\right)^2 - r^2}.$$

B.4. A megadott adatokat behelyettesítve **B.3.** eredményébe a tömegekre

$$m_A = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,65 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_B = 0,240 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 134,88 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_C = 1,667 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 935,10 \text{ MeV}/c^2,$$

$$m_D = 0,890 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 499,44 \text{ MeV}/c^2$$

adódik. Ezek alapján az A és C részecske *proton*, a B részecske *pion*, D pedig *kaon*.