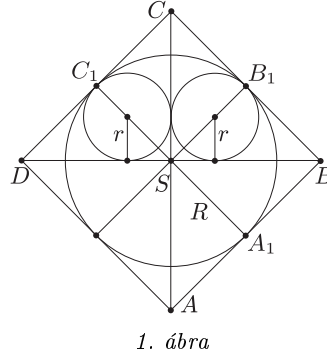


**I. megoldás.** Húzzuk meg az  $r$  és  $R$  sugarú körök közös érintőit, és hosszabbítsuk meg az  $R$  sugarú kör adott átmérőjét mindkét irányban (1. ábra). A keletkező  $BCD$  háromszöget tükrözzük a  $BD$  átfogójára. Az így létrejött  $ABCD$  négyszög nyilvánvalóan négyzet, oldalai  $2R$  hosszúak.



A négyzet területe:  $T_{ABCD} = 4R^2$ .

Az  $SBC$  háromszög területe:

$$T_{SBC\Delta} = \frac{T_{ABCD}}{4} = R^2.$$

A Pitagorasz-tételt használva a négyzet átlója:

$$AC = \sqrt{(2R)^2 + (2R)^2} = \sqrt{8R^2} = 2\sqrt{2}R,$$

amiből

$$SB = SC = \frac{AC}{2} = \sqrt{2}R.$$

$T_{SBC\Delta} = r \cdot s$ , ahol  $s$  a félkerület:

$$s = \frac{SB + SC + BC}{2} = \frac{\sqrt{2}R + \sqrt{2}R + 2R}{2} = \sqrt{2}R + R = R(\sqrt{2} + 1).$$

Ebből

$$r = \frac{T_{SBC\Delta}}{s} = \frac{R^2}{R(\sqrt{2} + 1)} = \frac{R}{(\sqrt{2} + 1)} \cdot \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} - 1)} = \frac{(\sqrt{2} - 1)R}{2 - 1} = (\sqrt{2} - 1)R.$$

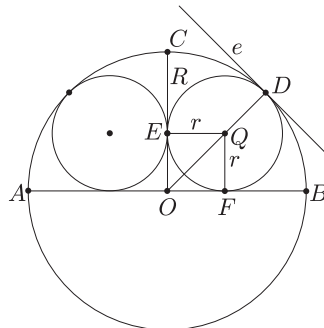
Tehát az  $r$  sugár hossza  $(\sqrt{2} - 1)R$ .

**II. megoldás.** Legyen  $e$  az  $O$  középpontú,  $R$  sugarú és a  $Q$  középpontú,  $r$  sugarú körök közös érintője (2. ábra). Az érintési pontban húzott sugár merőleges az érintőre, emiatt a  $Q$  pont rajta van az  $OD$  szakaszon:

$$OD = OQ + QD = OQ + r = R.$$

$\angle BOC = 90^\circ$ , valamint az  $OB$  és  $OC$  szakaszok is érintői az  $r$  sugarú körnek, így  $\angle OFQ = \angle OEQ = 90^\circ$ , és  $EQ = FQ = r$ , ezért az  $OFQE$  négyszög négyzet. A Pitagorasz-tételt használva a négyzet átlója:

$$OQ = \sqrt{r^2 + r^2} = \sqrt{2}r.$$



2. ábra

Tehát

$$R = OQ + r = \sqrt{2}r + r = r \cdot (\sqrt{2} + 1),$$

amiből

$$r = \frac{R}{(\sqrt{2} + 1)} = \frac{R}{(\sqrt{2} + 1)} \cdot \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} - 1)} = (\sqrt{2} - 1)R.$$