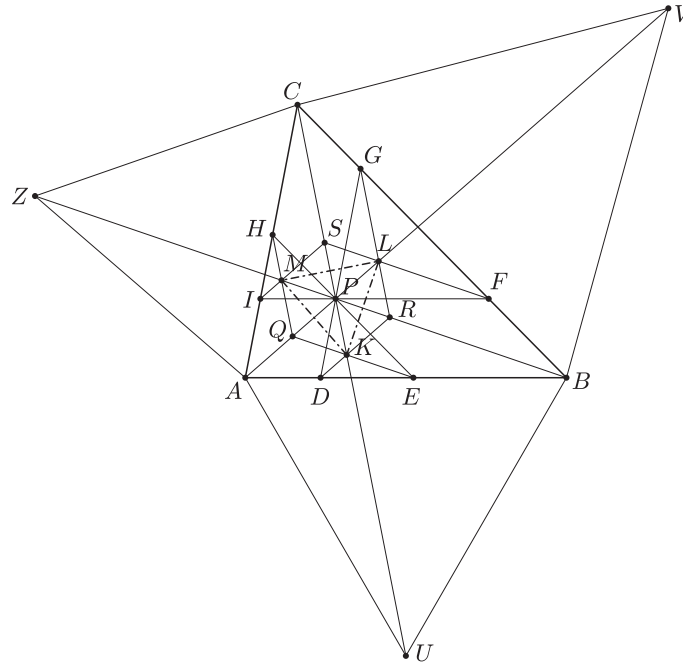


Megoldás. Ismert, hogy az izogonális pont úgy is megszerkeszthető, hogy a háromszög oldalaira kifelé szabályos háromszögeket szerkesztünk, majd ezek külső csúcsait az eredeti háromszög ellentétes csúcsával összekötjük. A három összekötő szakasz egy pontban, a háromszög izogonális pontjában metszi egymást. Legyenek az AB , BC és CA oldalakra kifelé rajzolt szabályos háromszögek harmadik csúcsai rendre U , V , Z . Az is ismert, hogy a P -nél keletkező hat darab szög mindegyike 60° -os.



A CU egyenes egybeesik a PK egyenessel, hiszen a PDE háromszög minden oldala párhuzamos az ABC háromszög megfelelő oldalaival, tehát a csúcsokból az izogonális pontba menő egyenesek is párhuzamosak. Mivel ezek a két háromszög esetében átmennek a P ponton is, ezért egybeesnek. Ugyanezt beláthatjuk a GPF és HPI háromszögeknél is a megfelelő oldalakkal. Ugyanezzel a módszerrel azt is bizonyíthatjuk, hogy a HAE , DBG és FCI háromszögek izogonális pontjai is rajta vannak a P pontot a megfelelő csúccsal összekötő szakaszokon. Legyenek ezek az izogonális pontok rendre Q , R és S . A KLM háromszög izogonális pontja P , mert az eddigiek alapján $MPK \sphericalangle = KPL \sphericalangle = LPM \sphericalangle = 120^\circ$. Most használjuk fel azt a fentebb már említett tulajdonságot, hogy az izogonális pontnál keletkező szögek mindegyike 60° . A K , L , M , Q , R , S pontok mindegyike izogonális pont, tehát a PKR , RPL , LPS , SPM , MPQ és QPK háromszögek mindegyike szabályos, egymással egybevágó háromszög. A KPL , LPM és LPM háromszögek 120° -os szarszögű egyenlő szárú háromszögek, az alapon fekvő szögek 30° -osak, a KLM háromszög tehát szabályos.