

Megoldás. Azt fogjuk igazolni, hogy a legkisebb ilyen szám $c = \frac{1}{n+1}$. Először is, ha $a_1 = a_2 = \dots = a_n = \frac{1}{n+1}$, akkor a lehetséges összegek $\frac{1}{n+1}, \frac{2}{n+1}, \dots, \frac{n}{n+1}$, vagyis $\frac{1}{n+1}$ -nél kisebb c -re nem teljesül az állítás. Most megmutatjuk, hogy $c = \frac{1}{n+1}$ -re már teljesül. Legyenek tehát $a_1, a_2, \dots, a_n$ tetszőleges valós számok. Tekintsük az $s_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i$ összegeket ($1 \leq i \leq n$). Ha ezek között van olyan, amelynek törtrésze legfeljebb $\frac{1}{n+1}$, vagy legalább $\frac{n}{n+1}$, akkor készen is vagyunk, hiszen egy ilyen összegnek a legközelebbi egésztől vett eltérése legfeljebb $\frac{1}{n+1}$. Ha pedig nincs köztük ilyen, akkor a skatulya-elv miatt az

$$\left[\frac{1}{n+1}, \frac{2}{n+1} \right], \left[\frac{2}{n+1}, \frac{3}{n+1} \right], \dots, \left[\frac{n-1}{n+1}, \frac{n}{n+1} \right]$$

intervallumok közül legalább az egyikbe két összeg is esik, mondjuk s_i és s_j (ahol $i < j$). Ekkor viszont az $s_j - s_i = a_{i+1} + \dots + a_j$ összeg legközelebbi egésztől vett távolsága legfeljebb $\frac{1}{n+1}$. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.