

Megoldás. Jelöljük n -nel a hátralevő fordulók számát. Meg fogjuk mutatni, hogy $n > 1$ esetén mindig lehet példát adni a feladat állítására, ám $n = 1$ esetén nem.

Ha $n = 1$, akkor már csak 1 forduló van hátra, és amennyiben az A csapat több pontot szerez mint x , akkor is biztosan megnyeri a bajnokságot, hiszen már x pont szerzése esetén is nyert volna.

Ha $n \geq 2$, akkor $x = 3n - 4$ -re adunk példát az állításra. Legyen a tabellán 2. csapat a B , neki van a legnagyobb esélye, hogy utolérje az élen álló csapatot. Tegyük fel, hogy A játszik még B -vel, hogy B a hátralevő többi, nem A ellen vívott mérkőzését megnyeri, és hogy rajtuk kívül van még legalább két csapat, akik egymás között mindig döntetlent játszanak (ekkor ugyanis egyik sem éri utol a B csapatot sem).

Az A csapat csak akkor szerezhethet n fordulóban $3n - 4$ pontot, ha kettő kivételével minden meccsét megnyeri, a maradék kettőn pedig döntetlent játszik. Így ha A -nak k pontja volt, és B -nek $k - 3$, akkor A -nak $k + 3n - 4$ lesz, míg B -nek $(k - 3) + (3n - 2) = k + 3n - 5$, vagyis A megnyeri a bajnokságot.

A csak úgy szerezhethet az utolsó n fordulóban $3n - 3$ pontot, ha pontosan egy meccset elveszít, a többi megnyeri. Ha a B ellen veszít, akkor a végén $k + 3n - 3$ pontja lesz, míg B -nek $k - 3 + 3n$. Tehát pontegyenlőség alakul ki, ekkor sorsolással döntenek, vagyis nem biztos, hogy A nyer.

A -nak lehet úgy 3-mal több pontja, mint B -nek, ha az eddigi összes meccsét megnyerte, B pedig pontosan egyet elveszített, a többi megnyerte. Ha eddig m forduló volt, akkor A -nak $3m$, B -nek pedig $3m - 3$ pontja van. A többi csapat egymással mindig döntetlent játszott, nekik m pontjuk van, kivéve a harmadik helyezettet, aki a B -t legyőzte. Ennek a csapatnak $m + 2$ pontja van. Teljesülnie kell, hogy $3m - 3 > m + 2$, amiből $m \geq 3$ következik. Tehát az általunk adott példában a fordulók száma legalább $3 + n$, a csapatok száma pedig legalább $4 + n$.