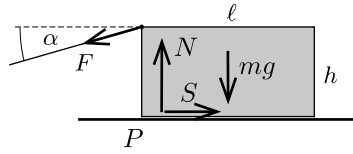


I. megoldás. a) A test állandó sebességgel mozog, tehát a rá ható erők kiegyenlítik egymást. A testre a zsineg valamekkora F nagyságú erővel hat, a nehézségi erő mg , az asztallap által kifejtett tartóerő N és a súrlódási erő S nagyságú (lásd az 1. ábrát).



1. ábra

Mivel a test csúszik, fennáll

$$(1) \quad S = \mu N,$$

továbbá a vízszintes és függőleges irányú erőegyensúly feltétele:

$$(2) \quad F \cos \alpha = S,$$

$$(3) \quad mg + F \sin \alpha = N.$$

A (2) és (3)-ból kifejezett erőket (1)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$F \cos \alpha = (mg + F \sin \alpha) \mu,$$

ahonnan

$$(4) \quad F(\alpha) = \frac{\mu}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} mg = \frac{15 \text{ N}}{\cos \alpha - 0,15 \sin \alpha}.$$

b) A test egyenletes mozgását két esemény szakíthatja meg. Az α szög növekedtével (4) jobb oldalának nevezője egyre kisebbé válik, és az

$$\alpha \rightarrow \alpha_1 = \arctg \frac{1}{0,15} = 81,5^\circ$$

határesetben nullához közelít, miközben F végtelenhez tart, tehát a test hirtelen megáll („megszorul”), vagy pedig a zsineg már korábban elszakad.

A test egyenletes mozgása úgy is végződhet, hogy a test felborul. Ez az után következik be, amikor az N erő támadáspontja egészen a P pontig (vagyis a testnek a mozgásirányba eső alsó oldaléleig) toódik. A határhelyzetnek megfelelő α_2 szögnél az F erő P pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka éppen kiegyenlíti az mg nehézségi erő forgatónyomatékát. Mivel az F erő erőkarja $h \cos \alpha$, a nehézségi erőé pedig $\ell/2$, a forgatónyomatékok egyensúlyának feltétele:

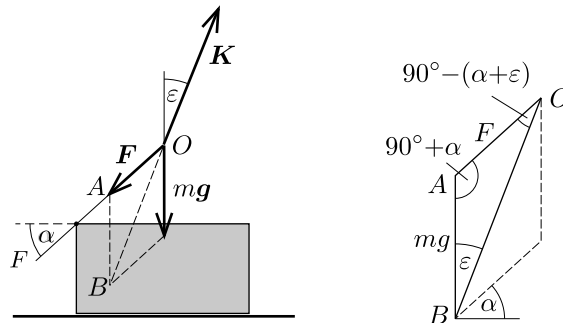
$$\frac{\mu}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} mg \cdot h \cos \alpha = mg \cdot \frac{\ell}{2},$$

ahonnan

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\mu} - \frac{2h}{\ell} = \operatorname{tg} \alpha_2 = 5,39, \quad \text{tehát} \quad \alpha_2 = 79,5^\circ.$$

Mivel $\alpha_2 < \alpha_1$, az α szög legfeljebb $79,5^\circ$ lehet; a téglatest ennél a helyzetnél felborul.

II. megoldás. A feladatot szerkesztéssel is megoldhatjuk. Jelöljük a testre ható erőket a 2. ábrán látható módon!



2. ábra

Az asztal által kifejtett $\mathbf{K}$ erő (a függőleges irányú $\mathbf{N}$ tartóerő és a vízszintes irányú $\mathbf{S}$ súrlódási erő vektori összege) csúszó súrlódás esetén $\varepsilon = \arctg \mu$ szöget zár be a függőlegessel, hiszen ekkor teljesül a csúszó súrlódás

$$\frac{S}{N} = \operatorname{tg} \varepsilon = \mu$$

feltétele. (Az ε szöget *súrlódási határszögnek* nevezik.)

Az $\mathbf{F}$, $\mathbf{K}$ és $m\mathbf{g}$ vektorok közös O ponton haladnak át, emiatt a forgatónyomatékuk összege nulla. A zsinégben ható erő nagysága az OAB háromszögre felírt szinusztételből számítható ki:

$$\begin{aligned} \frac{F}{mg} &= \frac{\sin \varepsilon}{\sin(90^\circ - \alpha - \varepsilon)} = \frac{\sin \varepsilon}{\cos(\alpha + \varepsilon)} = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \alpha \cos \varepsilon - \sin \alpha \sin \varepsilon} = \\ &= \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \alpha - \sin \alpha \operatorname{tg} \varepsilon}, \end{aligned}$$

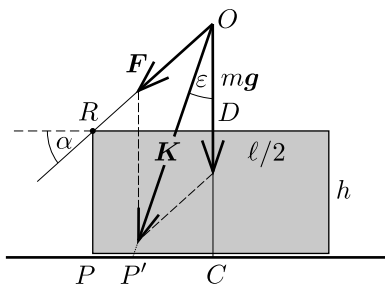
vagyis

$$F(\alpha) = \frac{\mu}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} mg.$$

A 2. ábráról leolvashatjuk, hogy $\alpha + \varepsilon < 90^\circ$, vagyis

$$\operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg}(90^\circ - \varepsilon) = \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} = \frac{1}{\mu} = 6,67,$$

azaz $\alpha < \alpha_1 = 81,5^\circ$.



3. ábra

Foglalkozzunk most a téglatest felborulásának lehetőségével! A 3. ábrán látható P' pont (ami a $\mathbf{K}$ erő hatásvonalának és az asztal síkjának metszéspontja) nem lehet távolabb a C ponttól, mint $PC = \ell/2$, ellenkező esetben a test a P ponton átmenő oldaléle körül elfordul, vagyis a test felbillen. A stabilitás feltétele:

$$P'C = (OD + DC) \operatorname{tg} \varepsilon = (DR \cdot \operatorname{tg} \alpha + DC) \operatorname{tg} \varepsilon = \left(\frac{\ell}{2} \operatorname{tg} \alpha + h \right) \mu < \frac{\ell}{2},$$

vagyis

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{1}{\mu} - \frac{2h}{\ell} = 5,40, \quad \text{azaz} \quad \alpha < \alpha_2 = 79,5^\circ.$$

Látható, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_1 - \frac{2h}{\ell} < \operatorname{tg} \alpha_1,$$

vagyis (a test méretarányaitól és a súrlódás nagyságától függetlenül) mindig teljesül, hogy $\alpha_2 < \alpha_1$. Ezek szerint a test a konkrét adatoktól függetlenül előbb borul fel, mintsem megszorulna.