

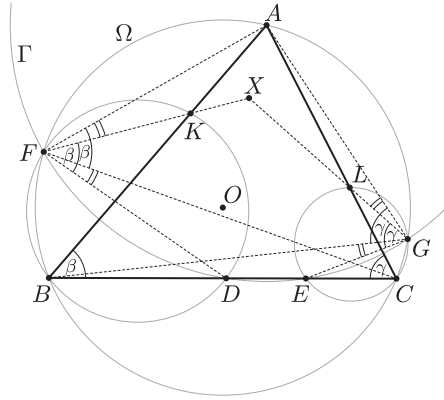
Baran Zsuzsanna megoldása. Először belátom, hogy $BGE \sphericalangle = DFC \sphericalangle$.

$BCF \sphericalangle (= DCF \sphericalangle) = BGF \sphericalangle$, mert Ω körnek azonos ívén nyugvó kerületi szögek.

Az FCD háromszögben $DFC \sphericalangle + DCF \sphericalangle + FDC \sphericalangle = 180^\circ$.

Mivel $FDEG$ húrnégyszög, az is igaz, hogy $FDE \sphericalangle + FGE \sphericalangle = FDE \sphericalangle + BGF \sphericalangle + BGE \sphericalangle = 180^\circ$.

Ezek szerint $DFC \sphericalangle = 180^\circ - DCF \sphericalangle - FDC \sphericalangle = 180^\circ - BGF \sphericalangle - FDE \sphericalangle = BGE \sphericalangle$.



A kerületi szögek tétele miatt az is igaz, hogy

$$\begin{aligned}
 DFK \sphericalangle &= DBK \sphericalangle \text{ (BDK kör DK ívén nyugszanak)} = \\
 &= CBA \sphericalangle = CFA \sphericalangle \text{ (}\Omega \text{ AC ívén nyugszanak)}, \\
 EGL \sphericalangle &= ECL \sphericalangle \text{ (CEL kör EL ívén nyugszanak)} = \\
 &= BCA \sphericalangle = BGA \sphericalangle \text{ (}\Omega \text{ AB ívén nyugszanak)}. \\
 AFK \sphericalangle &= AFD \sphericalangle - DFK \sphericalangle = AFD \sphericalangle - CFA \sphericalangle = DFC \sphericalangle = \\
 &= BGE \sphericalangle = AGE \sphericalangle - BGA \sphericalangle = AGE \sphericalangle - EGL \sphericalangle = AGL \sphericalangle.
 \end{aligned}$$

Ezek szerint $AFX \sphericalangle = AFK \sphericalangle = AGL \sphericalangle = AGX \sphericalangle$.

Az AFG háromszög egyenlőszárú (AF és AG egyaránt Γ sugarai), ezért $AFG \sphericalangle = AGF \sphericalangle$ és A illeszkedik az FG szakasz felezőmerőlegesére.

$OF = OG$ (Ω sugarai), ezért O is illeszkedik az FG szakasz felezőmerőlegesére. Így az AO egyenes az FG szakasz felezőmerőlegesese.

$$XFG \sphericalangle = |AFG \sphericalangle - AFX \sphericalangle| = |AGF \sphericalangle - AGX \sphericalangle| = XGF \sphericalangle.$$

Ezek szerint az XFG háromszög egyenlőszárú, így az X pont illeszkedik az FG szakasz felezőmerőlegesére, azaz az AO egyenesre. Ezt akartuk belátni.

Mivel a feladatban megadták, hogy a pontok milyen sorrendben helyezkednek el a BC szakaszon, illetve az Ω körön, diszkusszióra nincs szükség.