

**Megoldás.** Vezessünk be új ismeretleneket: legyen  $\sqrt{x+y} = a$ ,  $\sqrt{y+z} = b$ ,  $\sqrt{x+z} = c$ . Ezzel egyenletrendszerünk a következő alakot ölti:

$$(1) \quad \frac{c+a}{b} + \frac{b+a}{c} = 14 - 4c - 4b,$$

$$(2) \quad a + b + c = 4.$$

Az (1) egyenletben szereplő  $c+a$ ,  $b+a$ ,  $-4c-4b$  helyébe a (2) egyenlet szerint rendre  $4-b$ ,  $4-c$ ,  $-4(4-a)$  írható, ezért az (1) egyenlet rendezés után:

$$\frac{4-b}{b} + \frac{4-c}{c} = 14 - 4(4-a),$$
$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = a.$$

Ezt behelyettesítve a (2) egyenletbe kapjuk, hogy

$$\left(b + \frac{1}{b}\right) + \left(c + \frac{1}{c}\right) = 4.$$

Pozitív szám és reciprokának összege legalább 2, és pontosan akkor 2, ha a szám 1. Mivel  $b$  és  $c$  pozitív, a kapott egyenlet szerint:

$$\left(b + \frac{1}{b}\right) = \left(c + \frac{1}{c}\right) = 2,$$

így  $b = c = 1$ , amiből  $a = 4 - b - c = 2$ . Az eredeti ismeretlenekre ebből négyzetre emeléssel az

$$x + y = 4, \quad y + z = 1, \quad x + z = 1$$

lineáris egyenletrendszert kapjuk, aminek egyértelmű megoldása:

$$x = 2, \quad y = 2, \quad z = -1.$$

Könnyen ellenőrizhető, hogy ez a számhármassal kielégíti a feladat egyenleteit.