Bodor Bertalan megoldása. Legyen $BAC\sphericalangle = \alpha$, $ACB\sphericalangle = \beta$, $CBA\sphericalangle = \gamma$, $BSP\sphericalangle = \varphi$.

Az S pontnak a Γ körre vonatkozó hatványa

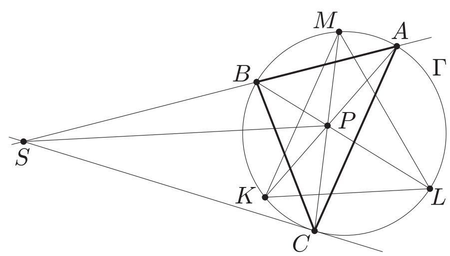
$$SA \cdot SB = SC^2 = SP^2.$$

Ebből $\frac{SB}{SP} = \frac{SP}{SA}$ adódik, ami azt jelenti, hogy az SBP és SPA háromszögek hasonlóak egymáshoz. Ebből $SAP\sphericalangle = SPB\sphericalangle$ következik. Ekkor a kerületi szögek tételéből:

$$\begin{aligned} AKL\sphericalangle &= ABL\sphericalangle = BSP\sphericalangle + SPB\sphericalangle = \varphi + SPB\sphericalangle = \varphi + SAP\sphericalangle = \\ &= \varphi + BAK\sphericalangle = \varphi + BLK\sphericalangle, \end{aligned}$$

ahonnan

$$AKL\sphericalangle - BLK\sphericalangle = \varphi. \tag{1}$$



Az érintő szárú kerületi szögek tétele miatt $BCS\sphericalangle = CAB\sphericalangle = \alpha$. Az ACS háromszögben a szögek összege $180° = \alpha + ACS\sphericalangle + CSP\sphericalangle + ASP\sphericalangle = 2\alpha + \gamma + \varphi + CSP\sphericalangle$, amiből $CSP\sphericalangle = 180° - 2\alpha - \gamma - \varphi$. $SC = SP$ miatt az SCP háromszög egyenlő szárú, és akkor

$$SPC\sphericalangle = SCP\sphericalangle = \frac{180° - CSP\sphericalangle}{2} = \alpha + \frac{\gamma + \varphi}{2}.$$

Ebből

$$BCM\sphericalangle = SCP\sphericalangle - BCS\sphericalangle = \frac{\gamma + \varphi}{2} \quad \text{és} \quad ACM\sphericalangle = \frac{\gamma - \varphi}{2}.$$

A kerületi szögek tételéből:

$$BLM\sphericalangle - AKM\sphericalangle = BCM\sphericalangle - ACM\sphericalangle = \frac{\gamma + \varphi}{2} - \frac{\gamma - \varphi}{2} = \varphi. \tag{2}$$

Az (1) és (2) egyenlőségek megfelelő oldalait egymásból kivonva

$$AKL\sphericalangle - BLK\sphericalangle - BLM\sphericalangle + AKM\sphericalangle = 0,$$

azaz

$$AKL\sphericalangle + AKM\sphericalangle = BLK\sphericalangle + BLM\sphericalangle \iff MKL\sphericalangle = MLK\sphericalangle \iff MK = ML$$

adódik, és ezt kellett bizonyítanunk.