Mészáros András megoldása. Az azonosan nulla függvény nyilván megoldás. Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor van olyan t, amelyre $f(t) \neq 0$. Ekkor $\big[f(t)\big]$ sem lehet 0, hiszen $\big[f(t)\big] = 0$-ból az $x = 1$, $y = t$ helyettesítéssel $f\big([1]t\big) = f(1)\big[f(t)\big] = 0$ következne, ami ellentmondás.

De ekkor $y = t$ mellett x helyébe a-t, illetve $[a]$-t írva:

$$f\big([a]t\big) = f(a)\big[f(t)\big], \quad \text{illetve} \quad f\big([a]t\big) = f\big([a]\big)\big[f(t)\big].$$

E kettőt kivonva egymásból: $0 = \big[f(t)\big]\big(f(a) - f\big([a]\big)\big)$, és ez, mivel $\big[f(t)\big]$ nem 0, azt jelenti, hogy minden a-ra $f(a) = f\big([a]\big)$.

Ha bebizonyítanánk, hogy van olyan c konstans, amelyre $f(n) = c$ minden egész n-re teljesül, akkor a fenti szerint azt kapnánk, hogy f konstans függvény. Ezt mutatjuk meg.

Legyen $x = y = 0$, ekkor $f(0) = f(0) \cdot \big[f(0)\big]$, vagyis $0 = f(0)\big(1 - \big[f(0)\big]\big)$. Ez kétféleképpen lehetséges.

1. eset: $f(0) = 0$. Legyen $x = 2a$ és $y = \dfrac{1}{2}$, ahol a tetszőleges egész szám. Ekkor

$$f\left([2a] \cdot \frac{1}{2}\right) = f(2a) \cdot \left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right], \quad \text{de} \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\left[\frac{1}{2}\right]\right) = f(0) = 0,$$

de $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = f\left(\left[\dfrac{1}{2}\right]\right) = f(0) = 0$, így $f(a) = 0$, minden a egészre; mint fent láttuk ez azt jelenti, hogy f azonosan 0, tehát ebben az esetben nem találtunk új megoldást.

2. eset: $\big[f(0)\big] = 1$. Ekkor az $y = 0$ helyettesítéssel: $f\big([x] \cdot 0\big) = f(x) \cdot \big[f(0)\big]$, vagyis $f(0) = f(x)$, tehát f konstans: $f(x) = c$, és $[c] = \big[f(0)\big] = 1$.

Ezzel beláttuk, hogy f vagy az azonosan nulla függvény, vagy konstans c, ahol $[c] = 1$. Könnyen látható, hogy ezek a függvények valóban teljesítik is a feladat feltételét.