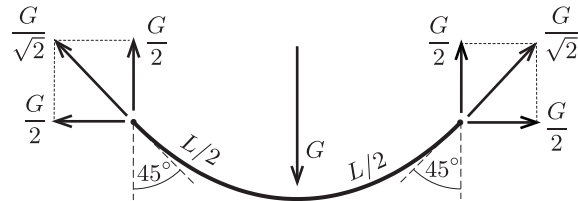


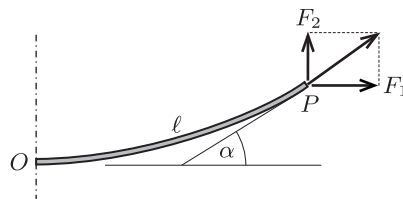
Megoldás. Jelöljük a lánc teljes hosszát L -lel, teljes súlyát G -vel. A lánc két végén ható erők függőleges komponense $G/2$, a vízszintes komponensük pedig (a 45° -os szögek miatt) $\pm(G/2)$ (1. ábra).



1. ábra

Tekintsük a láncnak egy olyan P pontját, amely pont és a legmélyebb O pont közötti láncdarab hossza ℓ (2. ábra). Ennek a láncdarabnak a súlya arányos ℓ -lel, és mivel $\ell = L/2$ esetén a súly $G/2$, általános esetben

$$G(\ell) = \frac{G}{L}\ell.$$



2. ábra

A P pontban ható (a lánc többi része által kifejtett) erő vízszintes komponense mindenhol ugyanakkora (hiszen a láncdarabra nem hat vízszintes irányú külső erő):

$$F_1 = \text{állandó} = \frac{G}{2},$$

a függőleges komponens pedig a láncdarab súlya:

$$F_2(\ell) = \frac{G}{L}\ell.$$

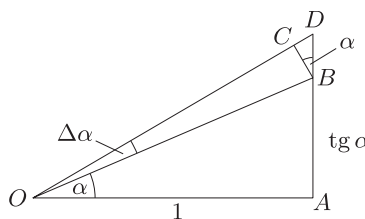
Ezek ismeretében ki tudjuk számítani a lánc meredekségét a P pontban:

$$(1) \quad \text{tg } \alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{2}{L}\ell.$$

Mennyit változik ez a meredekség, ha P -ből egy kicsiny $\Delta\ell$ -lel hosszabb láncdarab P' végpontjába „megyünk át”? A 3. ábráról leolvashatjuk, hogy kicsiny $\Delta\alpha$ esetén

$$(2) \quad \Delta(\text{tg } \alpha) = BD \approx BC \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Delta\alpha = (1 + \text{tg}^2 \alpha) \Delta\alpha.$$

(A képlet csak közelítőleg, kicsiny $\Delta\alpha$ -ra igaz, mert az OD -re merőleges BC szakasz hosszát egy kicsiny körív hosszával helyettesítettük.)



3. ábra

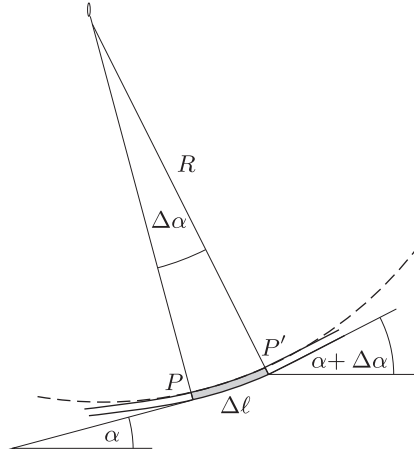
Megjegyzés. A fenti összefüggés a differenciálszámítás formuláiból is megkapható:

$$\frac{d(\text{tg } \alpha)}{d\alpha} = 1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

Az (1) és (2) összefüggésekből azt kapjuk, hogy

$$(3) \quad (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \Delta \alpha = \frac{2}{L} \cdot \Delta \ell = \frac{2}{L} \cdot R \Delta \alpha.$$

Az utolsó lépésben kihasználtuk, hogy $\Delta \ell = R \Delta \alpha$, ahol R a lánc görbületi sugara (a simulókörének sugara) a kérdéses pontban (lásd a 4. ábrát).



4. ábra

A (3) összefüggésből (2) felhasználásával megkaphatjuk a lánc görbületi sugarát a lánc tetszőleges pontjában:

$$R(\ell) = \frac{L}{2} + \frac{2\ell^2}{L},$$

és így a kérdéses speciális helyeken is.

a) A lánc legalsó pontjában

$$R(\ell = 0) = \frac{L}{2} = 20 \text{ cm},$$

b) a felfüggesztési pontokban pedig

$$R\left(\ell = \frac{1}{2}L\right) = L = 40 \text{ cm}.$$