

Megoldás. Ha a kajakosnak a parthoz viszonyított sebessége v , akkor a v_0 sebességű folyó vizéhez képest $v + v_0$ sebességgel kell mozognia. A közegellenállási erő és annak teljesítménye szempontjából csak a vízhez viszonyított sebesség lényeges:

$$F(v) = k \cdot (v + v_0)^2, \quad \text{illetve} \quad P(v) = F(v) \cdot (v + v_0) = k \cdot (v + v_0)^3.$$

A folyón felfelé haladva egy adott s távolságot $t = s/v$ idő alatt tesz meg a kajakos, ezalatt

$$W(v) = P(v) \cdot t = ks \cdot \frac{(v + v_0)^3}{v}$$

munkát kell végeznie. Mivel ks a sebességtől független állandó, $W(v)$ minimumát az

$$f(v) \equiv \frac{(v + v_0)^3}{v}$$

függvény minimuma határozza meg.

Alkalmazzuk $f(v)$ -re a számtani és mértani közepekre vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$\frac{(v + v_0)^3}{v} = 27 \frac{\left(\frac{v + \frac{1}{2}v_0 + \frac{1}{2}v_0}{3}\right)^3}{v} \geq 27 \frac{v \cdot \frac{1}{2}v_0 \cdot \frac{1}{2}v_0}{v} = \frac{27}{4}v_0^2.$$

Az egyenlőség akkor áll fenn, amikor a kajakos sebessége a parthoz képest

$$v = \frac{1}{2}v_0 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

a vízhez viszonyítva pedig

$$v + v_0 = \frac{3}{2}v_0 = 7,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$