

A rész. Az üzemanyagrúd

A.1. A magreakció során felszabaduló energiát a tömegdefektusból számolhatjuk:

$$\Delta E = [m(^{235}\text{U}) + m(^1_0\text{n}) - m(^{94}\text{Zr}) - m(^{140}\text{Ce}) - 2m(^1_0\text{n})] c^2.$$

Összevonás után, a tömegek felhasználásával kapjuk:

$$\Delta E = [m(^{235}\text{U}) - m(^{94}\text{Zr}) - m(^{140}\text{Ce}) - m(^1_0\text{n})] c^2 = 208,7 \text{ MeV}.$$

A.2. Az U_2O (feladatban megadott) sűrűsége a térfogategységre eső molekulák össztömegét jelenti, így ezt elosztva a moláris tömeggel, majd megszorozva az N_A Avogadro-állandóval, megkapjuk az 1 m^3 -nyi anyagban található U_2O -molekulák N_1 számát:

$$N_1 = \frac{\rho N_A}{M} = 2,364 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}.$$

Az urán-dioxid molekuláknak azonban csak 0,72%-a tartalmazza a 235-ös uránizotópot, így a feladat kérdésére a válasz:

$$N = 0,0072 \cdot N_1 = 1,702 \cdot 10^{26} \text{ m}^{-3}.$$

A.3. Az üzemanyagrúd egységnyi térfogatában N hasadó uránatom van, ezek teljes hatáskeresztmetszete $N\sigma_f$. Ha ezt megszorozzuk a φ neutronfluxussal, az időegység alatt (köbméterenként) bekövetkező hasadások számát kapjuk: $\varphi N\sigma_f$. Minden magreakcióban az A.1. részben kiszámolt ΔE energia szabadul fel, melynek 80%-a alakul hővé, így a hőfejlődés Q üteme:

$$Q = 0,8 \varphi N\sigma_f \Delta E = 4,92 \cdot 10^8 \text{ W/m}^3.$$

A.4. A $T_c - T_s$ hőmérsékletkülönbség K dimenziójú, így az $F(Q, a, \lambda)$ mennyiség mértékegysége is kelvin kell hogy legyen. Keressük az ismeretlen függvényt $F(Q, a, \lambda) = Q^\alpha a^\beta \lambda^\gamma$ alakban, és vizsgáljuk meg, mekkorának kell választanunk az α, β, γ számokat, hogy kelvin dimenziójú mennyiséget kapjunk. A jobb oldalon szereplő mennyiségek mértékegysége:

$$[Q] = \text{W m}^{-3} = \text{kg s}^{-3} \text{ m}^{-1}, \quad [a] = \text{m}, \quad [\lambda] = \text{W m}^{-1} \text{ K}^{-1} = \text{kg s}^{-3} \text{ m K}^{-1}.$$

Ezek felhasználásával az alábbi egyenletet kapjuk a kitevőkre:

$$\text{K} = (\text{kg s}^{-3} \text{ m}^{-1})^\alpha \text{m}^\beta (\text{kg s}^{-3} \text{ m K}^{-1})^\gamma,$$

amiből $\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = -1$ adódik. Tehát az üzemanyagrúd közepének és felületének hőmérsékletkülönbségét megadó formula (a feladatban megadott 1/4-es faktort is visszaírva)²:

$$T_c - T_s = \frac{Qa^2}{4\lambda}.$$

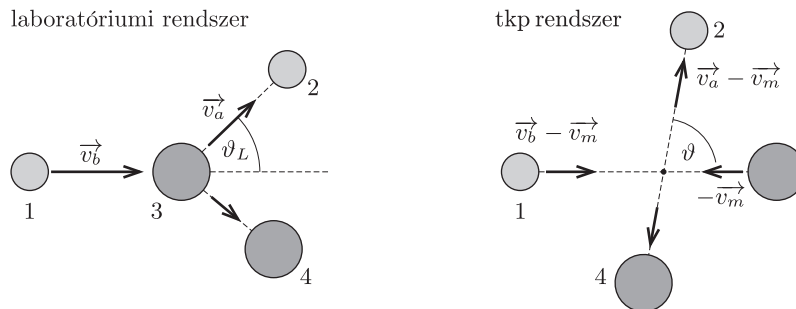
A.5. Az üzemanyagrúd közepének a hőmérséklete nem érheti el az U_2O olvadási hőmérsékletét, míg a külső felületének hőmérséklete a hűtőközeg hőmérsékletével egyezik meg. Így az A.4. részfeladatban kapott összefüggés szerint az üzemanyagrúd sugarának lehetséges legnagyobb a_u értéke

$$a_u = \sqrt{\frac{4\lambda(T_c - T_s)}{Q}},$$

ahol most $T_c = T_{\text{olv}} = 3138 \text{ K}$, $T_s = 577 \text{ K}$. A megadott adatokat és Q fentebb kiszámolt értékét behelyettesítve $a_u = 8,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

B rész. A moderátor

B.1. Az ábrán láthatóak a sebességviszonyok a tömegközépponti koordináta-rendszerben. Fontos megjegyezni, hogy a ϑ szög nagyobb, mint ϑ_L .



² A dimenzióanalízis módszere egy dimenziótlan szorzótényező erejéig határozatlanul hagyja a megoldást. A helyzetet az tette volna egyértelművé, ha a feladat szövegében megadják, hogy a fizikai mennyiségek hatványainak szorzata előtt álló állandó számértéke éppen 1/4 (– a szerk.).

B.2. A tömegközéppont sebessége a rendszer impulzusának és a teljes tömegének hányadosa:

$$v_m = \frac{v_b}{A+1}.$$

Ugyanekkora sebességgel mozog a tkp rendszerből nézve a laboratóriumi rendszerben kezdetben álló moderátoratom is:

$$V = \frac{v_b}{A+1}.$$

A neutron sebességének nagysága az ütközés előtt a tkp rendszerben:

$$v = v_b - v_m = \frac{A}{A+1}v_b.$$

A tkp rendszerben a rugalmas ütközés során az energia- és impulzusmegmaradás úgy teljesül, hogy a neutron és a moderátoratom is megőrzi az ütközés előtti sebességének nagyságát (rendre v és V), csupán a sebesség iránya változik meg.

B.3. Ütközés után a neutron sebességvektora a laboratóriumi rendszerben $\vec{v}_a = \vec{v} + \vec{v}_m$, így a sebességnégyzetének nagysága (a vektorháromszögben felírható koszinusztételből):

$$v_a^2 = v^2 + v_m^2 + 2vv_m \cos \vartheta.$$

Behelyettesítve v és v_m előző részfeladatban kiszámolt értékét:

$$v_a^2 = \frac{A^2 v_b^2}{(A+1)^2} + \frac{v_b^2}{(A+1)^2} + \frac{2A v_b^2}{(A+1)^2} \cos \vartheta,$$

amiből

$$G(\alpha, \vartheta) = \frac{E_a}{E_b} = \frac{v_a^2}{v_b^2} = \frac{A^2 + 2A \cos \vartheta + 1}{(A+1)^2}.$$

Ez kis átalakítással felírható α segítségével is:

$$G(\alpha, \vartheta) = \frac{A^2 + 1}{(A+1)^2} + \frac{2A}{(A+1)^2} \cos \vartheta = \frac{1}{2}[(1+\alpha) + (1-\alpha) \cos \vartheta].$$

B.4. Az energiavesztés akkor a legnagyobb, ha a $G(\alpha, \vartheta)$ mennyiség a lehető legkisebb. Ez (akár intuícióval, akár az előző részben kapott kifejezést vizsgálva) akkor következik be, ha $\vartheta = 180^\circ = \pi$, azaz ha az ütközés lineáris. Ekkor $G(\alpha, \pi) = \alpha$, a legnagyobb relatív energiavesztés pedig

$$f_l = \left(\frac{E_b - E_a}{E_b} \right)_{\max} = 1 - G(\alpha, \pi) = 1 - \alpha.$$

Most $\alpha = (19/21)^2$, így $f_l \approx 0,181$.

C rész. A nukleáris reaktor

C.1. A reaktor térfogata adott: $V = \pi R^2 H$. Kérdés, hogyan kell megválasztani az $R : H$ arányt, hogy az elsőkő neutronfluxusban szereplő

$$x = \left(\frac{2,405}{R} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{H} \right)^2$$

kifejezés minimális legyen. Fejezzük ki R^2 értékét a térfogattal:

$$x = \frac{2,405^2 \pi H}{V} + \left(\frac{\pi}{H} \right)^2.$$

Bontsuk az első tagot két egyenlő kifejezés összegére, majd alkalmazzuk a számtani és mértani közepek között fennálló egyenlőtlenséget:

$$x = \frac{2,405^2 \pi H}{2V} + \frac{2,405^2 \pi H}{2V} + \frac{\pi^2}{H^2} \geq \sqrt[3]{\frac{2,405^2 \pi H}{2V} \cdot \frac{2,405^2 \pi H}{2V} \cdot \frac{\pi^2}{H^2}}.$$

A jobb oldalon láthatóan kiesik H , így egy konstans értéket kapunk. Ezt a bal oldali kifejezés akkor veszi fel, ha a benne szereplő három tag értéke megegyezik, azaz

$$\frac{2,405^2}{2R^2} = \frac{\pi^2}{H^2}, \quad \text{valamint} \quad x = \frac{3\pi^2}{H^2}.$$

Használjuk még fel, hogy stacionárius állapotban az időegység alatt kiszökő és a láncreakcióban termelődő (több-let)neutronok száma megegyezik, vagyis $k_1 x \psi = k_2 \psi$, amiből

$$H = \sqrt{\frac{3\pi^2}{x}} = \sqrt{\frac{3\pi^2 k_1}{k_2}} \approx 5,87 \text{ m}, \quad \text{és} \quad R = \frac{2,405 H}{\sqrt{2\pi}} \approx 3,175 \text{ m}.$$

C.2. A $d = 0,287$ m oldalélű négyzetrácsba rendezett üzemanyag-kazetták mindegyikére d^2 nagyságú keresztmetszeterület jut a reaktorban. Mivel a reaktor teljes keresztmetszete πR^2 (ahol R az előző feladatrészen meghatározott érték), így a reaktorban elférő kazetták száma legfeljebb

$$F_n = \frac{\pi R^2}{d^2} \approx 387.$$

Egyetlen (henger alakú) fűtőkazetta térfogata $\pi r_{\text{kazetta}} H$ (ahol $r_{\text{kazetta}} = 3,617 \cdot 10^{-2}$ m), sűrűsége adott ($\varrho = 1,060 \text{ kg m}^{-3}$), így a fűtőelemek össztömege

$$M = F_n \pi r_{\text{kazetta}} H \varrho \approx 9,90 \cdot 10^4 \text{ kg}.$$