

Megoldás (Vigh Máté): Tekintsük az álló láncot földi nehézségi erőterben! Ebben az esetben a (minden pontban érintő irányú) feszítőerő a lánc mentén folyamatosan változik, éppen oly módon, hogy minden láncszem súlyát a szomszédai által kifejtett két erő eredője kiegyensúlyozza. Jelöljük ezt a feszítőerőt a lánc egy tetszőleges (mondjuk legfelső) pontjától mért s ívhossz függvényében $F_1(s)$ -sel! (Természetesen $F_1(0) = F_1(\ell)$, ahol ℓ a lánc teljes hossza.)

Tekintsünk most egy ugyanilyen alakú láncot, amit a súlytalanság állapotában (mondjuk egy űrállomáson) megpörgetünk úgy, hogy minden láncszem azonos, érintő irányú v sebességgel mozogjon! A lánc kis darabkájára felírva a dinamika alapegyenletét könnyen belátható, hogy ekkor a láncot feszítő $F_2(s)$ erő nagysága független a lánc adott pontbeli görbületi sugarától, sőt, még az ívhossztól is, és nagysága $F_2 = \rho v^2$, ahol ρ a lánc egységnyi hosszú darabjának tömege. Akármilyen alakú is tehát a lánc, ez a (térben és időben állandó) feszítőerő minden egyes láncszemre éppen a centripetális gyorsulásához szükséges (a lánc mentén a görbületi viszonyoktól függően helyről helyre változó) eredő erőt képes biztosítani.

Végül tekintsük a feladatunkban szereplő, a földi nehézségi erőterben mozgó, az eredetivel azonos alakú láncot! Ha a feszítőerő a lánc mentén $F_1(s) + F_2$ módon változik, akkor minden láncszemre teljesül a Newton-féle mozgásegyenlet, hiszen az $F_1(s)$ -ből adódó eredő erő és a gravitációs erő összege nulla, az F_2 -ből jövő járuléka pedig a tömeg és a centripetális gyorsulás szorzatát adja.

Ezzel beláttuk, hogy az eredeti láncgörbe lehet a mozgó lánc alakja is, tehát *Marcinak van igaza*. (Az érvelésből az is látszik, hogy egy kikerekedett láncalaknál nem teljesülhetnek a Newton-egyenletek az egyes láncszemekre, ezért a mozgó lánc *nem lehet* kör alakú.)

Megjegyzések: 1. A fenti érvelést szemléltethetjük a következő gondolat kísérlettel: A fogaskerék álló állapotában varázsütésre „kapcsoljuk ki” a földi nehézségi erőteret! A lánc alakja ettől nem változik meg, csupán nem nyomja tovább a fogaskereket. Ahogy azt korábban beláttuk, ha ezután minden láncszemnek ugyanakkora, érintő irányú sebességet adunk, a lánc továbbra is megőrzi eredeti alakját. Végül kapcsoljuk vissza a földi gravitációt, amely (mint tudjuk) a megőrzött alakot már nem szeretné deformálni, tehát a mozgó lánc alakja a stacionárius helyzetben ugyanaz lesz, mint a kiindulási, nyugalmi állapotban.

2. Belátható, hogy ha láncszemek kiterjedését is figyelembe vesszük, arra az eredményre jutunk, hogy a fogaskerék egyre növekvő fordulatszáma esetén a lánc alakja fokozatosan eltér az eredeti alaktól, valóban elkezd kikerekedni. Életszerű adatokkal számolva azonban a lánc kikerekedéséhez szükséges fordulatszámra irreálisan nagy érték adódik, így valószínű, hogy a kerékpárlánc előbb szakad el, minthogy ez az effektus észrevehetővé válna.

3. Ahogy azt az egyik versenyző a dolgozatában leírta, a megoldáshoz felsőbb matematikai ismeretekkel és a klasszikus mechanika egyik alappilléreinek, a Hamilton-féle legkisebb hatás elvének a stacionárius mozgásokra való alkalmazásával is eljuthatunk. Kiemelendő azonban, hogy ilyen, a középiskolai ismereteken messze túlmenő számítások nélkül is el lehetett jutni a helyes megoldáshoz.