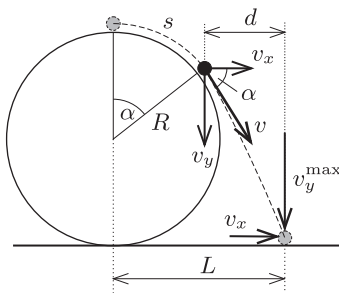


**Megoldás.** Amikor a test még csúszik a gömb felületén, akkor a testre ható erők (a test súlya, valamint a rögzített gömb által kifejtett tartóerő) eredőjének sugar irányú összetevője biztosítja a körmozgáshoz szükséges centripetális erőt. A test akkor válik el a felülettől, amikor a gömb már éppen nem fejt ki erőt a testre. Legyen az elválás pillanatában a test sebessége  $v$ , a helyzetét pedig az *ábrán* látható  $\alpha$  szöggel jellemezhetjük.



A mozgásegyenlet:

$$m \frac{v^2}{R} = mg \cos \alpha,$$

továbbá az energiamegmaradás törvénye alapján fennáll:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR(1 - \cos \alpha).$$

A fenti két egyenletből a szög és a sebesség kiszámítható:

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}, \quad \alpha = 48,2^\circ = 0,84 \text{ radián},$$

tehát az elválás pillanatáig megtett út:

$$s = R\alpha = 1,26 \text{ m},$$

illetve:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3} Rg}.$$

Bontsuk fel a test sebességét vízszintes  $v_x$  és függőleges  $v_y$  komponensekre! (Az  $x$  tengelyt jobbra, az  $y$  tengelyt pedig lefelé irányítjuk.) A felülettől való elválás pillanatában

$$v_x = v \cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{27} Rg}, \quad v_y = v \sin \alpha = \sqrt{\frac{10}{27} Rg}.$$

A mozgás további szakaszában a test vízszintes irányú mozgása egyenletes mozgás, tehát ha a levegőben töltött idő  $t$ , a test vízszintes irányú elmozdulása:  $d = v_x t$ .

A függőleges irányú mozgás egyenletesen gyorsuló mozgás, melynek kezdősebessége  $v_y$ , legnagyobb sebessége pedig (a mechanikai energiamegmaradás tétele szerint):

$$v_y^{\max} = \sqrt{(v_y)^2 + 2g\Delta y} = \sqrt{\frac{10}{27} Rg + 2R(1 + \cos \alpha)g} = 10\sqrt{\frac{Rg}{27}}.$$

Mivel a függőleges irányú mozgás egyenletesen változó mozgás, a földet érés ideje így is kiszámítható:

$$t = \frac{v_y^{\max} - v_y}{g} = \sqrt{\frac{Rg}{27}}(10 - \sqrt{10}),$$

ahonnan a test vízszintes irányú elmozdulása az elválás pillanatától a földet érésig:

$$d = v_x t = \frac{\sqrt{8}}{27}(10 - \sqrt{10})R = 0,716 R.$$

A keresett  $L$  távolság a fentebb kiszámított  $d$  és a gömbfelületen történt elmozdulás vízszintes vetületének összege:

$$L = d + R \sin \alpha = \frac{5}{27}(4\sqrt{2} + \sqrt{5})R = 1,46R = 2,19 \text{ m}.$$

*Megjegyzés.* A feladatban szereplő  $s$  és  $L$  távolságok sem a test tömegétől, sem a nehézségi gyorsulástól *nem függenek*, így akár a Holdon is érvényesek lennének.