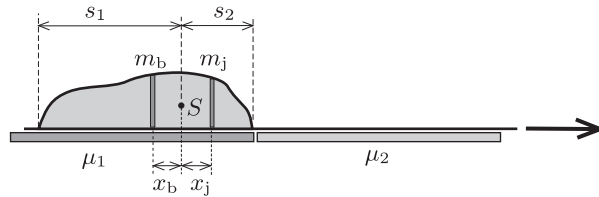


Megoldás. Képzeljük el, hogy a testet függőleges síkokkal felosztjuk nagyon keskeny sávokra úgy, hogy az S tömegközépponttól a szélek felé haladva az i -edik jobb oldali sáv súlyának S -re vonatkoztatott forgatónyomatéka éppen akkora legyen, mint (nagyságát tekintve) az i -edik bal oldali sávé. (Ez biztosan megtehető, hiszen az egész test súlyának forgatónyomatéka a tömegközéppontra vonatkoztatva nulla.)

Jelöljük egy-egy ilyen sáv tömegét és a tömegközépponttól mért távolságát az *ábrán* látható módon. A forgatónyomatékok egyensúlyának feltétele:

$$(1) \quad x_b m_b = x_j m_j.$$



Számítsuk ki azt a munkát, amit akkor végeznénk el, hogy ha csak ezt a két kis részt húznánk át (összesen $s_1 + s_2$ elmozdulással) az egyik felületről a másikra. Mivel az egyes részek a saját súlyuknak megfelelő erővel nyomják a vízszintes felületet, továbbá a súrlódási erő a nyomóerő és az aktuális súrlódási együttható szorzata, a végzett munka:

$$W^{(\text{pár})} = m_b g \mu_1 (s_2 + x_b) + m_b g \mu_2 (s_1 - x_b) + m_j g \mu_1 (s_2 - x_j) + m_j g \mu_2 (s_1 + x_j),$$

amit így is felírhatunk:

$$(2) \quad W^{(\text{pár})} = (m_b + m_j)g(\mu_1 s_2 + \mu_2 s_1) + (\mu_1 - \mu_2)g[m_b x_b - m_j x_j].$$

A szögletes zárójelben álló kifejezés (1) szerint nulla, $W^{(\text{pár})}$ csak a két kis rész össztömegétől függ, a helyzetüktől nem. A (2) összefüggésnek megfelelő munkákat az egész zsákra összegezve megkapjuk az egész zsák áthúzásához szükséges teljes munkát:

$$W^{(\text{teljes})} = \sum_{\text{a zsákra}} W^{(\text{pár})} = Mg(\mu_1 s_2 + \mu_2 s_1).$$

Megjegyzés. Az a feltevés, hogy az egyes „sávok” éppen a saját súlyuknak megfelelő erővel nyomják a szőnyeget, nem magától értetődő és általában nem is igaz. Ha például a szőnyegre különböző magasságú téglaoszlopokat állítunk, akkor az említett feltevés csak akkor jogos, ha az egyes oszlopok között nem lépnek fel nyíróerők. Amennyiben homokzsák helyett pl. egy négy lábú asztalt húzunk át az egyik felületről a másikra, az asztal középső részeinek van súlya, mégsem nyomják ezek a részek a szőnyeget.

A közölt megoldásban szereplő számítás mégis érvényes tetszőleges belső „szerkezetű” homokzsákra, vagy bármilyen más alakzatra. Helyettesítsük ugyanis a képletekben az $m_b g$ és $m_j g$ súlyokat a szőnyeg megfelelő pontjainál ható F_b és F_j nyomóerőkkel. Kihasználva, hogy ezen erők eredője a test Mg súlyával egyenlő, a forgatónyomatékuk összege pedig az S pontra nézve nulla, a számítás minden lépése és a végeredménye is érvényes marad.