

Megoldás. Fejezzük ki az első egyenletből z -t, ezt helyettesítsük be a második és a harmadik egyenletbe, a második egyenletből pedig így az x -et kifejezve helyettesítsünk be a harmadikba. Így egyismeretlenes elsőfokú egyenletet kapunk (a, b, c, d paraméter), ami megoldható. Az egyenletek átrendezésénél az $(a - c)$ -vel, $(b - c)$ -vel, stb. törtéző osztás ekvivalens átalakítás, mivel a feladat feltételei szerint a paraméterek egymástól különbözőek.

$$\begin{aligned} z &= 1 - x - y, \\ ax + by + c(1 - x - y) &= d, \\ a^2x + b^2y + c^2(1 - x - y) &= d^2, \\ ax + by + c - cx - cy &= d, \\ x(a - c) + y(b - c) &= d - c, \\ x(a - c) &= d - c - y(b - c), \\ x &= \frac{d - c}{a - c} - \frac{y(b - c)}{a - c}. \end{aligned}$$

Behelyettesítve:

$$\begin{aligned} a^2x + b^2y + c^2 - c^2x - c^2y &= d^2, \\ x(a^2 - c^2) + y(b^2 - c^2) &= d^2 - c^2, \\ \frac{d - c - y(b - c)}{a - c}(a^2 - c^2) + y(b^2 - c^2) &= d^2 - c^2, \\ \frac{(d - c) - y(b - c)}{a - c}(a + c)(a - c) + y(b^2 - c^2) &= d^2 - c^2, \\ (d - c)(a + c) - (b - c)(a + c)y + y(b^2 - c^2) &= d^2 - c^2, \\ y[b^2 - c^2 - (b - c)(a + c)] &= d^2 - c^2 - (d - c)(a + c), \\ y &= \frac{d^2 - c^2 - da - cd + ca + c^2}{b^2 - c^2 - ba - bc + ac + c^2}, \\ y &= \frac{d^2 - da - dc + ca}{b^2 - ba - bc + ac}, \\ y &= \frac{(a - d)(c - d)}{(b - a)(b - c)}. \end{aligned}$$

Az y -t visszahelyettesítve a második egyenletbe:

$$\begin{aligned} x(a^2 - c^2) + y(b^2 - c^2) &= d^2 - c^2, \\ x(a^2 - c^2) + \frac{(b^2 - c^2)(a - d)(c - d)}{(b - a)(b - c)} &= d^2 - c^2, \\ x &= \frac{(d^2 - c^2)(b - a)(b - c) - (b^2 - c^2)(a - d)(c - d)}{(a^2 - c^2)(b - a)(b - c)}, \\ x &= \frac{(d - c)(d + c)(b - a)(b - c) - (b - c)(b + c)(a - d)(c - d)}{(a - c)(a + c)(b - a)(b - c)}, \\ x &= \frac{(d - c)(b - d)}{(a - c)(b - a)}. \end{aligned}$$

Ezeket az első egyenletbe visszahelyettesítve:

$$z = 1 - x - y = 1 - \frac{(d - c)(b - d)}{(a - c)(b - a)} - \frac{(a - d)(c - d)}{(b - a)(b - c)} = \frac{(a - d)(d - b)}{(a - c)(c - b)}.$$