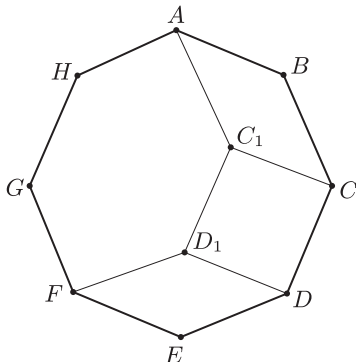


Megoldás. Legyenek a nyolcszög oldalai egységnyiek és tételizzük föl, hogy létezik a kívánt felbontás. Mindegyik paralelogramma oldalnak illeszkednie kell legalább egy másik paralelogramma oldalhoz (vagy a nyolcszög egy oldalához), ugyanakkor annak a paralelogramma oldalnak is egy másikhoz stb., és mivel véges sok paralelogramma van, és nyilvánvalóan nem szerepelhet semmi sem kétszer, előbb-utóbb a nyolcszög valamelyik oldalához jutunk el. Ebből következik, hogy a felbontásban szereplő paralelogrammák oldalai a nyolcszög bizonyos oldalaival párhuzamosak.



Tekintsük a nyolcszög egyik oldalát, pl. *ábránkon* az AB -t; az ehhez csatlakozó paralelogrammák AB -re eső oldalainak összhossza 1, ezért ugyanennyi e paralelogrammák AB -vel párhuzamos oldalainak együttes hosszúsága is, hasonlóan a hozzájuk ezen oldalaik mentén csatlakozó paralelogrammák szemköztes oldalainak összhossza stb., egészen addig, amíg az AB -vel párhuzamos FE oldalt el nem érjük.

Ezek a paralelogrammák egy olyan összefüggő tartományt (*ábránkon* az $ABCDEFD_1C_1$ konkáv nyolcszöget) alkotnak, amelynek az AB -vel párhuzamos szelői (összefüggő és) egységnyi hosszú szakaszok. Így ennek a tartománynak a területe a felbontástól független állandó, például egyenlő az $ABEF$ téglalap területével, ami $1 + \sqrt{2}$. Hagyjuk el e tartományt alkotó paralelogrammákat, és tekintsük a megmaradtakat. Ezek nem feltétlenül alkotnak összefüggő tartományt, de alkalmas eltolással olyan helyzetbe hozhatók, hogy együttesen például az AC_1D_1FGH hatszöget alkossák. Itt pedig a GH -vel párhuzamos oldalú paralelogrammák alkotta tartomány területe a felbontástól függetlenül állandó, megegyezik a GHC_1D_1 téglalap területével, ami $\sqrt{2}$. Mivel a hatszög területe $1 + \sqrt{2}$, a fennmaradó rész területe 1. Ez a paralelogrammák egymással egyenlő t területének egész számú többszöröse, ezért t szükségképpen racionális szám. Másrészt az összes paralelogramma területének összege – a nyolcszög területe, azaz $2 + 2\sqrt{2}$ – is a t valamilyen egész számú többszöröse, ezért pedig t irracionális szám. A kapott ellentmondás bizonyítja, hogy a feltételezett felbontás nem létezik.