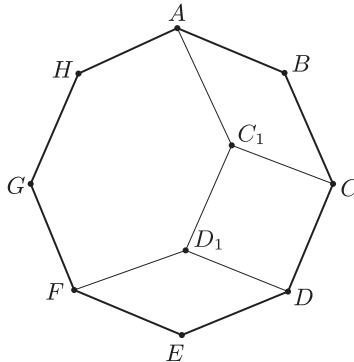


**Megoldás.** Legyenek a nyolcszög oldalai egységnyiek és tételizzük föl, hogy létezik a kívánt felbontás. Mindegyik paralelogramma oldalnak illeszkednie kell legalább egy másik paralelogramma oldalhoz (vagy a nyolcszög egy oldalához), ugyanakkor annak a paralelogramma oldalnak is egy másikhoz stb., és mivel véges sok paralelogramma van, és nyilvánvalóan nem szerepelhet semmi sem kétszer, előbb-utóbb a nyolcszög valamelyik oldalához jutunk el. Ebből következik, hogy a felbontásban szereplő paralelogrammák oldalai a nyolcszög bizonyos oldalaival párhuzamosak.



Tekintsük a nyolcszög egyik oldalát, pl. *ábránkon* az  $AB$ -t; az ehhez csatlakozó paralelogrammák  $AB$ -re eső oldalainak összhossza 1, ezért ugyanennyi e paralelogrammák  $AB$ -vel párhuzamos oldalainak együttes hosszúsága is, hasonlóan a hozzájuk ezen oldalaik mentén csatlakozó paralelogrammák szemköztes oldalainak összhossza stb., egészen addig, amíg az  $AB$ -vel párhuzamos  $FE$  oldalt el nem érjük.

Ezek a paralelogrammák egy olyan összefüggő tartományt (ábránkon az  $ABCDEFD_1C_1$  konkáv nyolcszöget) alkotnak, amelynek az  $AB$ -vel párhuzamos szelői (összefüggő és) egységnyi hosszú szakaszok. Így ennek a tartománynak a területe a felbontástól független állandó, például egyenlő az  $ABEF$  téglalap területével, ami  $1 + \sqrt{2}$ . Hagyjuk el e tartományt alkotó paralelogrammákat, és tekintsük a megmaradtakat. Ezek nem feltétlenül alkotnak összefüggő tartományt, de alkalmas eltolással olyan helyzetbe hozhatók, hogy együttesen például az  $AC_1D_1FGH$  hatszöget alkossák. Itt pedig a  $GH$ -vel párhuzamos oldalú paralelogrammák alkotta tartomány területe a felbontástól függetlenül állandó, megegyezik a  $GHC_1D_1$  téglalap területével, ami  $\sqrt{2}$ . Mivel a hatszög területe  $1 + \sqrt{2}$ , a fennmaradó rész területe 1. Ez a paralelogrammák egymással egyenlő  $t$  területének egész számú többszöröse, ezért  $t$  szükségképpen racionális szám. Másrészt az összes paralelogramma területének összege – a nyolcszög területe, azaz  $2 + 2\sqrt{2}$  – is a  $t$  valamilyen egész számú többszöröse, ezért pedig  $t$  irracionális szám. A kapott ellentmondás bizonyítja, hogy a feltételezett felbontás nem létezik.