

I. megoldás. Azonnal látható, hogy a belső négyzetgyökvonás csak akkor végezhető el, ha $x \geq 2$. Először adjunk hozzá mindkét oldalhoz $\sqrt{x-1-\sqrt{4x-8}}$ -t, majd emeljünk négyzetre:

$$x + 14 - \sqrt{4x-8} = 9 + 6\sqrt{x-1-\sqrt{4x-8}} + x - 1 - \sqrt{4x-8}.$$

Rendezés után:

$$1 = \sqrt{x-1-\sqrt{4x-8}}.$$

Ismét emeljünk négyzetre, vonjunk le mindkét oldalból 1-et és adjunk hozzá $\sqrt{4x-8}$ -at:

$$1 = x - 1 - \sqrt{4x-8}, \quad \sqrt{4x-8} = x - 2.$$

További négyzetre emelés után másodfokú egyenletet kapunk.

$$4x - 8 = x^2 - 4x + 4, \quad x^2 - 8x + 12 = 0.$$

Ennek gyökei $x = 2$ és $x = 6$. Behelyettesítéssel ellenőrizhető, hogy a négyzetre emelések során nem kaptunk hamis gyököt, mindkét szám megoldása az egyenletnek.

II. megoldás. Szorozzuk meg az egyenlet mindkét oldalát a bal oldal „konjugáltjával”. Ez biztosan nem nulla, mivel az első gyök alatti mennyiség nagyobb, mint a második alatti.

$$\begin{aligned} & \sqrt{x+14-\sqrt{4x-8}} - \sqrt{x-1-\sqrt{4x-8}} = 3, \\ & x+14-\sqrt{4x-8} - x+1+\sqrt{4x-8} = \\ & = 3\left(\sqrt{x+14-\sqrt{4x-8}} + \sqrt{x-1-\sqrt{4x-8}}\right), \\ & \sqrt{x+14-\sqrt{4x-8}} + \sqrt{x-1-\sqrt{4x-8}} = 5. \end{aligned}$$

Adjuk most ehhez hozzá az eredeti egyenletet:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{x+14-\sqrt{4x-8}} &= 8, \\ \sqrt{x+14-\sqrt{4x-8}} &= 4, \\ x+14-\sqrt{4x-8} &= 16, \\ x-2 &= \sqrt{4x-8}. \end{aligned}$$

Innen a megoldás akár az első megoldás szerint is folytatható, de a kicsit átrendezett $x - \sqrt{4x-8} = 2$ alakból újabb konjugálttal történő bővítéssel is befejezhető.