

I. megoldás. Legyen F az AC befogó fölé írt Thalész kör középpontja. Mivel a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, $FED\angle = 90^\circ$, Thalész tétele szerint pedig $AEC\angle = 90^\circ$.

Az FEA és FCD háromszögek egyenlő szárúak, mert $FA = FE = FC$. Ezért, ha $FAE\angle = \alpha$, akkor $FEA\angle = \alpha$, tehát $90^\circ - \alpha = FEC\angle = FCE\angle$ (1. ábra). Vagyis

$$CED\angle = FED\angle - FEC\angle = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$$

és

$$ECD\angle = FCD\angle - ECD\angle = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha.$$

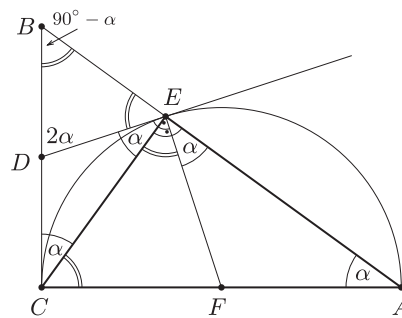
Tehát az ECD háromszög D -nél lévő külső szöge $EDB\angle = CED\angle + ECD\angle = 2\alpha$. Az EBD háromszög B -nél lévő szöge

$$EBD\angle = ABC\angle = 90^\circ - CAB\angle = 90^\circ - \alpha,$$

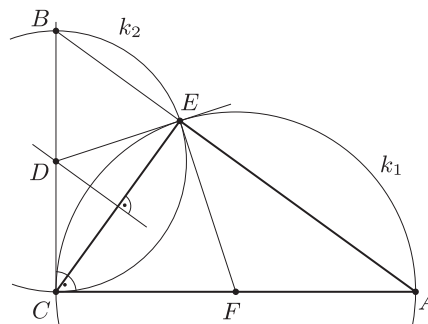
E -nél lévő szöge pedig

$$BED\angle = 180^\circ - (EDB\angle + EBD\angle) = 180^\circ - (2\alpha + 90^\circ - \alpha) = 90^\circ - \alpha.$$

Vagyis az EBD háromszög E -nél és B -nél lévő szögei megegyeznek, tehát a háromszög egyenlő szárú.



1. ábra



2. ábra

II. megoldás. Legyen k_1 és k_2 az AC , illetve a BC befogó Thalész köre. Ekkor Thalész tétele miatt CE merőleges az AB oldalra, ezért Thalész tételének megfordítása miatt a k_2 kör is átmegy az E ponton (2. ábra).

Mivel DC merőleges a k_1 kör CA átmérőjére, DC a C pontban érinti k_1 -et. A D pontból k_1 -hez húzott DC és DE érintők egyenlő hosszúak, ezért D rajta van a CE szakaszfelező merőlegesén. Ugyanakkor a BC szakasz a k_2 kör átmérője, ezért a kör CE húrjának felezőmerőlegese ezt az átmérőt a kör középpontjában metszi, így D a k_2 középpontja. Tehát DB és DE a k_2 kör két sugara, amik egyenlő hosszúak, azaz az EBD háromszög egyenlő szárú.